

不同插值方法下重力场模型的似大地水准面构建精度分析

王坤¹, 王亚萍¹, 韩勇¹, 孙成志²

¹泰安市城市建设设计院有限公司, 山东 泰安

²莒南县自然资源和规划局, 山东 临沂

收稿日期: 2024年3月15日; 录用日期: 2024年4月11日; 发布日期: 2024年4月17日

摘要

因高程系统和GPS系统的坐标基准不同, 导致GPS高程无法直接应用到水准成果。常规的方法是通过数学模型进行高程异常拟合, 但纯数学模型难以满足三等和四等水准的精度要求。使用EGM2008重力场模型的三种插值方法计算中长波, 使用数据模型拟合短波, 能够有效提高高程异常拟合精度。经过计算, 三种插值方法的双二次插值法精度最高, 4个检核点的绝对误差达到3.3 cm以内。

关键词

似大地水准面, 重力场模型, 插值方法, 水准面构建

Accuracy Analysis of Quasi Geoid Construction for Gravity Field Models under Different Interpolation Methods

Kun Wang¹, Yaping Wang¹, Yong Han¹, Chengzhi Sun²

¹Tai'an Urban Construction Design Institute Co., Ltd., Tai'an Shandong

²Junan County Natural Resources and Planning Bureau, Linyi Shandong

Received: Mar. 15th, 2024; accepted: Apr. 11th, 2024; published: Apr. 17th, 2024

Abstract

Due to the different coordinate benchmarks between the elevation system and the GPS system, GPS elevation cannot be directly applied to leveling results. The conventional method is to fit elevation anomalies through mathematical models, but pure mathematical models are difficult to

文章引用: 王坤, 王亚萍, 韩勇, 孙成志. 不同插值方法下重力场模型的似大地水准面构建精度分析[J]. 测绘科学技术, 2024, 12(2): 116-120. DOI: 10.12677/gst.2024.122015

meet the accuracy requirements of the third and the fourth order levels. Using three interpolation methods of the EGM2008 gravity field model to calculate medium to long waves and fitting short waves with a data model can effectively improve the accuracy of altitude anomaly fitting. After calculation, the biquadratic interpolation method of the three interpolation methods has the highest accuracy, with an absolute error of within 3.3 cm for the four checkpoints.

Keywords

Quasi Geoid, Gravity Field Model, Interpolation Method, Construction of Water Level

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着 GPS 测量的广泛应用, 高程测量脱离了需要步步设点的常规模型, 但我国高程系统使用正常高, 而 GPS 系统则使用正高, 使得大地水准面和似大地水准面之间存在高程异常插值[1]-[8]。数学模型是高程异常拟合的常规方法, 包括二次多项式、双三次多项式、移动三角面多项式、多面函数、BP 神经网络、Shepard 插值等, 部分数学模型能得到四等水准的精度要求[9]-[15]。高程异常是由中长波和短波组成的, 其中短波与当地地表地形密切相关, 而中长波则可以通过重力场模型计算[16] [17] [18] [19] [20]。EGM2008 是常用的重力场模型, 其存在三种主要的插值, 通过计算对比选择适用于试验区的精度最高的插值方法, 结合多项式模型, 进行基于移去 - 恢复法的似大地水准面构建, 使得 GPS 测量数据能够直接应用到现有水准成果中。

2. 用于高程异常拟合的多项式模型

用于高程异常拟合的多项式拟合模型如式(1):

$$\xi = f(B, L) + \varepsilon \quad (1)$$

式中, ξ 为高程异常, $f(B, L) = a_0 + a_1B + a_2L + a_3B^2 + a_4L^2 + a_5BL + \dots$, ε 为拟合残差, a_i 为待拟合参数, 根据不同的多项式次数确定 i 的数值, B, L 为大地经纬度。

将式(1)改写为误差方程式如式(2):

$$V = BX - L \quad (2)$$

式中, $V = [V_0 \ V_1 \ \dots \ V_5]^T$, $X = [a_0 \ a_1 \ L \ a_5]^T$, $L = [\xi_0 \ \xi_1 \ \dots \ \xi_5]^T$, 为拟合系数矩阵,

$$B = \begin{bmatrix} 1 & B_{11} & L_{12} & B_{13}^2 & L_{14}^2 & B_{15}L_{15} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & B_{51} & L_{52} & B_{53}^2 & L_{54}^2 & B_{55}L_{55} \end{bmatrix}.$$

二次多项式拟合中, 至少需要六组已知点的高程异常及大地经纬度, 收集已知数据后, 将用于拟合模型的控制点数值带入, 使用式(3)计算待估拟合参数 X :

$$X = (B^T B)^{-1} B^T L \quad (3)$$

计算 X 后, 就是求得了 a_i , 回代式(1), 获得拟合模型。

3. 结合重力场模型的移去 - 恢复法

重力场模型中，主要有斯托克斯理论和莫洛金斯基理论，两种重力场模型都是通过建模进行扰动位的计算，斯托克斯理论将重力观测值归算至大地水准面，假设归算面外没有质量，解算归算面外部的扰动位，确定重力场。扰动位 T 如式(4):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\varphi) d\sigma \tag{4}$$

大地水准高 N 见式(5):

$$N = \frac{T}{\gamma} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\varphi) d\sigma \tag{5}$$

$$S(\varphi) = \frac{1}{S} - 6S - 4 + 10S^2 - 3(1 - 2S^2) \ln(S + S^2) \tag{6}$$

$$S = \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \tag{7}$$

φ 为球面距离， γ 为地球平均正常重力值， σ 为单位球面， $S(\varphi)$ 为斯托克斯函数。莫洛金斯基理论将数据归算到参考椭球面而非大地水准面上， T 如式(7):

$$T = T_0 + T_1 = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} S(\varphi) (\Delta g + G_1) d\sigma \tag{8}$$

$$T_0 = \frac{1}{4\pi R} \int \Delta g S(\varphi) d\sigma, \quad T_1 = \frac{1}{4\pi R} \int G_1 S(\varphi) d\sigma \tag{9}$$

式中， σ 为单位球面， $S(\varphi)$ 为斯托克斯函数， G_1 为地形改正。

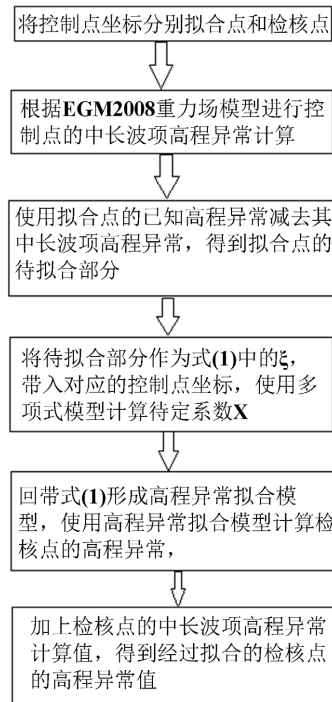


Figure 1. Flow chart of removal restoration method combined with gravity field model
图 1. 结合重力场模型的移去 - 恢复法流程图

计算重力场模型后,进行高程异常拟合,由于缺少高分辨率的 DEM 数据,将短波和残差项一起进行多项式拟合,移去-恢复法的步骤为,首先将控制点坐标分别拟合点和检核点,根据 EGM2008 重力场模型进行控制点的中长波项高程异常计算,使用拟合点的已知高程异常减去其中长波项高程异常,得到拟合点的待拟合部分,将待拟合部分作为式(1)中的 ξ , 带入对应的控制点坐标,使用多项式模型计算待定系数 X, 然后回带式(1)形成高程异常拟合模型,使用高程异常拟合模型计算检核点的高程异常,加上检核点的中长波项高程异常计算值,得到经过拟合的检核点的高程异常值,与真值进行对比,验证精度,具体过程如图 1 所示。

4. 三种插值法的实例分析

实例使用的数据为 22 组重合点,选取 4 个检核点进行模型精度的验证,得到 4 个检核点的已知值以及三种插值方法计算的拟合值折线图如图 2。

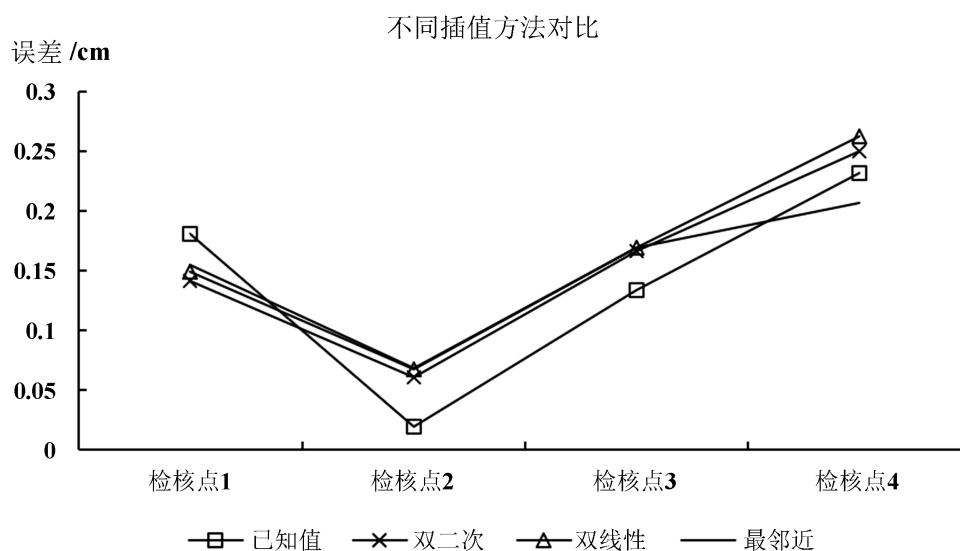


Figure 2. Line chart of fitted values calculated by three interpolation methods

图 2. 三种插值方法计算的拟合值折线图

如图 2, 可知三种插值方法存在精度区别, 其中与已知值最近的是双二次插值法, 最远的是双线性插值法, 计算三种插值方法的中误差值, 双二次为 3.3 cm, 最邻近为 3.4 cm, 双线性为 3.6 cm。实例中进行了 GPS 联网的高程测量, 实际水准路线达到了 10 公里, 按照四等水准精度为每公里 5 mm 的要求, 10 公里限差为 5 cm, 即基于重力场模型构建的似大地水准面精度优于四等水准测量。

5. 结论

通过基于重力场模型的移去-恢复法, 发现 EGM2008 模型的三种插值方法精度区别不是很大, 但是以双二次为最优, 在实际应用中, 双二次插值法的每公里误差达到 0.33 cm, 远低于四等水准的限差值 0.5 cm, 结合多项式拟合能够满足四等水准测量的要求, 在控制点要求精度不是很高的前提下, 可以使用 GPS 测量配合重力场模型进行高程异常拟合。移去-恢复法能极大地缩小待拟合值的范围, 使得大部分高程异常不需要进行拟合, 进对短波部分进行拟合, 提高了似大地水准面的拟合精度。下一步研究中, 考虑使用高精度的 DEM 影像计算一部分短波异常, 则能进一步缩小待拟合值的范围, 获得更好的似大地水准面。

参考文献

- [1] 丁林磊. EGM2008 模型在水利工程测绘中的应用探讨[J]. 广西水利水电, 2024(1): 10-14.
- [2] 李润芝. 多项式与 LS-SVM 自适应融合的 GPS 高程拟合方法[J]. 测绘与空间地理信息, 2024, 47(2): 126-128.
- [3] 刘英, 吴清海, 王仁, 等. GPS 高程拟合模型方法的研究与分析[J]. 测绘与空间地理信息, 2024, 47(1): 74-76+80.
- [4] 丁诺鹏, 杨久东, 张凌云. XGM2019 模型在似大地水准面精化中的应用[J]. 华北理工大学学报(自然科学版), 2024, 46(1): 59-65.
- [5] 高尚, 金犇, 郭凯. 基于 GNSS 的长江下游带状区域高程拟合方法研究——二次多项式与 BP 神经网络的对比分析[J]. 科技创新与应用, 2024, 14(2): 16-19.
- [6] 王之豪, 曾怀恩, 张群, 等. GNSS 高程转换拟合方法对比研究[J]. 工程勘察, 2024: 1-8.
- [7] 张晓东. 开采沉陷中 GPS 高程拟合代替四等水准测量方法研究[J]. 山西煤炭, 2023, 43(4): 103-108.
- [8] 赵喜江, 杨新宇, 霍大亮. 鹤岗矿区似大地水准面精化及成果应用[J]. 黑龙江科技大学学报, 2023, 33(6): 842-846+853.
- [9] 房新玉, 解静, 刘盾, 等. 基于 BP 神经网络似大地水准面精化精度分析[J]. 地理空间信息, 2023, 21(11): 73-75.
- [10] 孙漳林, 王嘉伟. 多项式法区域似大地水准面拟合分析[J]. 测绘与空间地理信息, 2023, 46(10): 195-199.
- [11] 胡玉祥, 刘宝华, 张洪德, 等. 基于 EGM2008 和移动曲面模型的 GNSS 高程拟合方法研究及应用[J]. 城市勘测, 2023(1): 79-82.
- [12] 蒋锋, 张东. 基于高程异常拟合的多项式模型参数方案探讨[J]. 测绘与空间地理信息, 2023, 46(2): 216-218.
- [13] 张兴汉. 距离加权模型在高程异常计算中的精度对比分析[J]. 测绘与空间地理信息, 2023, 46(2): 222-224.
- [14] 赵保成, 徐健, 徐坚. 基于超高阶地球重力场模型的 GNSS 高程转化方法[J]. 全球定位系统, 2023, 48(1): 51-56.
- [15] 李圣明, 史俊波, 李林, 等. 大高差区域最优 GNSS 高程异常拟合模型的确定[J]. 地理空间信息, 2023, 21(1): 50-52.
- [16] 聂建亮, 张雪萍, 郭鑫伟, 等. 中国似大地水准面模型 CQG2000 的梯度分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2023, 43(1): 61-64+99.
- [17] 吴亚运. GPS 高程拟合在公路工程中的应用[J]. 测绘与空间地理信息, 2022, 45(12): 152-157.
- [18] 张伟伟. 基于移去-恢复的 Shepard 插值在似大地水准面构建中的应用[J]. 测绘与空间地理信息, 2022, 45(12): 233-235.
- [19] 蒙金龙, 唐诗华, 张炎, 等. 基于 MVO 优化神经网络的 GNSS 高程异常拟合方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2022, 42(12): 1233-1238.
- [20] 陈绍荣, 丁惠明, 吴传彦. 基于 EGM2008 重力场模型的 GNSS 高程拟合方法研究[J]. 测绘与空间地理信息, 2022, 45(11): 87-88+91.