

基于量子漫步和像素分块算法的量子彩色图像水印方案

王骞卉, 李祯祯, 李子臣

北京印刷学院信息工程学院, 北京

收稿日期: 2024年4月26日; 录用日期: 2024年5月24日; 发布日期: 2024年5月31日

摘要

本文基于离散量子漫步算法和像素分块算法, 提出了一种既安全又有效的量子彩色图像水印方案。离散量子漫步, 作为随机行走的量子版本, 可以被视作量子态与位置概率分布间的一种非线性映射关系。其独特的数学性质, 也作为混沌行为的印记, 使得它成为CNOT门控制位的理想选择。在水印嵌入过程中, 采取了像素分块策略, 通过精心比较各像素块内像素的嵌入能力, 从而优化了嵌入水印后的图像视觉质量。该方案不仅增强了水印方案的安全性, 同时也保证了图像的观感不受影响。

关键词

量子图像处理, 量子水印, 量子漫步

Quantum Color Image Watermarking Scheme Based on Quantum Walk and Pixel Blocking Algorithm

Qianhui Wang, Zhenzhen Li, Zichen Li

School of Information Engineering, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing

Received: Apr. 26th, 2024; accepted: May 24th, 2024; published: May 31st, 2024

Abstract

Based on the discrete quantum walk algorithm and pixel blocking algorithm, this paper proposes a safe and effective quantum color image watermarking scheme. Discrete quantum walk, as the quantum version of random walk, can be regarded as a nonlinear mapping relationship between

quantum states and position probability distributions. Its unique mathematical properties, also serving as an imprint of chaotic behavior, make it an ideal choice for the control bit of the CNOT gate. In the watermark embedding process, a pixel blocking strategy is adopted, carefully comparing the embedding capabilities of pixels within each pixel block, thereby optimizing the visual quality of the image after embedding the watermark. This scheme not only enhances the security of the watermarking scheme but also ensures that the image perception is not affected.

Keywords

Quantum Image Processing, Quantum Watermarking, Quantum Walks

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着信息时代的飞速发展，人们虽然能享受前所未有的便捷与高效，但网络安全面临的风险也日益增加。网络上的信息内容时常面临被非法窥探和被泄露的威胁，这不仅涉及个人隐私，更可能触及企业机密，乃至国家安全的红线，其潜在损失难以估量。数字图像[1] [2] [3]作为最常见的多媒体形式之一，也一直面临着各种安全隐患。在此背景下，如何保证数字图像的安全，不断吸引学者们进行探索。数字图像水印[4] [5] [6]是一种利用不易察觉的方法将水印图像嵌入到载体图像中的安全技术，保证了载体图像的视觉质量不受损害，肉眼无法观测到嵌入前后的区别。此外，一旦需要验证图像版权或追踪侵权行为，便可通过特定的提取和恢复算法，提取或检测出水印图像。因此，数字图像水印技术在图像版权保护领域有着广泛的应用。而随着量子计算机也在不断迅猛发展，对水印方案的安全性需求也在不断提高，学者们开始聚焦于量子水印这一新兴领域。

文献[7]-[16]中给出了从 2002 年到 2016 年的一些量子水印方案，其中大部分都使用了上文所述的量子图像表示方法。2016 年，Miyake 等人[17]根据 NEQR 模型提出了一种使用简单小规模量子电路的量子灰度图像水印方案。在嵌入过程中，使用受控交换门将水印图像置乱，控制交换门的密钥仅由操作者知道。并将置乱后的水印图像和载体图像进行异或操作，完成整个方案流程。该方案流程简单，计算复杂度低。2017 年，Li 等人[18]对文献[17]进行了改进，将载体图像和水印图像由灰度图像改为彩色图像，更符合实际应用需求。2019 年，Hu 等人[19]提出了一种基于格雷码和 LSB 算法的边缘区域量子图像水印方案。该方案采用最近邻插值方法调整水印图像的尺寸，使其与载体图像中选中的边缘区域相同，在 R、G 和 B 三个颜色通道中任意选两个进行嵌入操作，获得了良好的视觉质量。2022 年，Qian 等人[20]基于 LSB 算法提出了一种量子图像门限秘密共享方案。利用 LSB 理论将量子秘密图像嵌入到四个不同的量子载体图像中，形成四个嵌入图像，并在[0~255]的范围内调整它们像素。使用 $r-1$ 阶拉格朗日多项式将四个调整后的图像分成多组影子图像，安全地传输给四组参与者。此方案不涉及加密步骤，降低了计算复杂度。2023 年，Yu 等人[21]提出了基于 Haar 小波变换的自适应 LSB 量子图像水印算法，水印图像通过 NEQR 模型转换为量子图像，并在载体图像的对角线进行嵌入操作。目前，大部分水印方案都是关于灰度图像和二值图像的。事实上，彩色图像更符合大部分人的审美，应用领域也更加广泛。基于此，本文结合量子漫步理论和像素分块理论，提出了一个全新地量子彩色图像水印方案，并给出了仿真实验，验证了本方案保持图像视觉质量方面的卓越性能。

2. 相关工作

2.1. 彩色数字图像在量子计算机中的新量子表示(NCQI)

2016年, Jianzhi Sang 等人基于国际上流行的量子图像表示方法 NEQR [22] (novel enhanced quantum representation)提出了一种新的彩色数字图像量子表示方法(NCQI) [23]。在量子计算机中, NCQI 表示一幅 $2^n \times 2^n$ 的图像可以写成

$$|I\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{i=0}^{2^{2n}-1} |c_i\rangle \otimes |i\rangle \quad (1)$$

其中, $|c_i\rangle$ 表示相应像素点的颜色信息, 用二进制序列表示, 用其定义如下:

$$|c_i\rangle = |R_{q-1} \cdots R_0 G_{q-1} \cdots G_0 B_{q-1} \cdots B_0\rangle \quad (2)$$

$$R_j, G_j, B_j \in \{0, 1\}, \quad j = 0, 1, \dots, q-1 \quad (3)$$

$|R_{q-1} \cdots R_0\rangle$ 表示 RGB 图像的像素中 R 通道的颜色值, $|G_{q-1} \cdots G_0\rangle$ 表示 G 通道的颜色值, $|B_{q-1} \cdots B_0\rangle$ 表示 B 通道的颜色值。

$|i\rangle$ 表示相应像素点的位置信息, 它表示为

$$|i\rangle = |y\rangle |x\rangle = |y_{n-1} y_{n-2} \cdots y_0\rangle |x_{n-1} x_{n-2} \cdots x_0\rangle \quad (4)$$

$$x_k, y_k \in \{0, 1\}, \quad k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (5)$$

2.2. 离散量子漫步

量子漫步是经典随机游走地量子版本, 在经典物理世界中, 并不存在真正的随机。虽然其假设粒子或个体的每一步移动都是独立的随机事件, 但在实际应用中, 粒子或个体的运动可能会受到各种因素的影响, 如环境因素、个体间的相互作用等。像“抛硬币”或计算机的随机数都是伪随机, 即它们的结果在某种程度上是可预测的。为实现真正的随机游走, 需要一个不可预测的随机变量。而量子力学通过其独特的态叠加性质, 为我们提供了一种产生真正随机数的途径, 即将量子力学引入到经典随机游走中, 从而得到量子漫步这一量子计算的通用模型[24] [25], 实现了严格意义上的随机游走。量子漫步在量子图像领域中扮演着至关重要的角色, 它通过利用量子漫步的特性, 为图像处理提供了一种全新的方式[26] [27] [28] [29]。量子漫步不仅能够能够在量子图像中实现高效的特征提取和识别, 还有助于优化图像分割、增强图像质量, 甚至为图像加密和隐藏提供了新的可能性, 从而极大地拓展了量子计算在图像处理领域的应用潜力。

离散量子漫步主要由以下几个部分构成:

位置空间(Position Space): 在离散量子漫步中, 位置空间是由一系列离散的点或节点构成的, 每个点代表漫步者可能的位置。这通常可以表示为一个希尔伯特空间, 其基态对应于不同的位置。而条件位移算子 S 的结构取决于量子漫步正在行走的图。例如, 等式 2-1 给出了在不受限制的线上进行的离散量子漫步的条件位移算子:

$$\hat{S} = \sum_x (|x+1, 0\rangle \langle x, 0| + |x-1, 1\rangle \langle x, 1|) \quad (6)$$

硬币空间(Coin Space): 除了位置空间外, 离散量子漫步还引入了一个额外的硬币空间。这个空间用于描述漫步者下一步可能的移动方向。在最简单的模型中, 硬币可以是一个二态系统, 表示向左或向右移动。二维硬币算子 C 的一般矩阵表示由等式 7 给出:

$$C = \begin{pmatrix} \sqrt{\rho} & \sqrt{1-\rho}e^{i\omega} \\ \sqrt{1-\rho}e^{i\omega} & -\sqrt{\rho}e^{i(\omega+\phi)} \end{pmatrix}, \quad 0 \leq \rho \leq 1, \quad 0 \leq \omega, \quad \phi \leq \pi \quad (7)$$

漫步者的态(Walker's State): 漫步者的态是位置空间和硬币空间的张量积。这意味着漫步者的状态同时包括了它的位置信息和移动方向的信息。

演化算子(Evolution Operator): 离散量子漫步的演化是通过一个么正算子来实现的。如等式 8 所示。

$$\hat{U} = \hat{S}(\hat{C} \otimes \hat{I}) \quad (8)$$

其中, \hat{U} 代表演化算子; \hat{C} 代表硬币算子, 负责更新硬币的状态, 即决定下一步的移动方向; \hat{S} 代表条件位移算子, 根据硬币的状态来更新漫步者的位置。

测量(Measurement): 在量子漫步的某个时间点, 我们可以对漫步者的状态进行测量, 以确定它的确切位置或其他相关信息。

综上所述, 离散量子漫步系统是通过结合位置空间、硬币空间、漫步者的态、演化算子和测量来构建的。

3. 基于量子漫步和像素分块算法的量子彩色图像水印方案

3.1. 基于单粒子圆上量子漫步的图像置乱方法

本文在方案[27]所提的加密方法基础上, 提出了一种在 NCQI 模型下的图像置乱方法。该方法结合单粒子圆上量子漫步理论, 将水印图像在嵌入前进行置乱, 将其转化为无意义的图像, 从而大幅提升了整体方案的安全性。本方法涉及到两个量子图像: 一个是量子图像 $|K\rangle$, 它扮演 CNOT 门的控制角色, 另一个是量子图像 $|I\rangle$, 即实际上要进行嵌入的水印图像, 通过 CNOT 门的操作, 将两个量子图像混合。具体的置乱方法如下。

3.1.1. 生成量子图像 $|K\rangle$

(1) 通过在具有 N 个节点的圆上运行 r 步量子漫步, 以平方等式的概率振幅来计算概率分布 P 。

r 步离散量子漫步的表达形式如下所示:

$$|\psi\rangle_{t_n} = \hat{U} |\psi\rangle_{t_0} = \hat{S}(\hat{C} \otimes \hat{I}) |\psi\rangle_{t_0} \quad (9)$$

其中, \hat{C} 和 \hat{S} 分别是硬币算子和位移算子。

对于具有 N 个节点的圆, 等式 10 和 11 是更合适的硬币算子和条件位移算子:

$$C = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\hat{S} = \begin{cases} |2,0\rangle\langle 1,0| + |N,1\rangle\langle 1,1| & \text{when } x = 1 \\ |1,0\rangle\langle N,0| + |N-1,1\rangle\langle N,1| & \text{when } x = N \\ |x+1,0\rangle\langle x,0| + |x-1,1\rangle\langle x,1| & \text{when } x \neq 1, N \end{cases} \quad (11)$$

使用等式 12 中给出三个硬币算子 \hat{C}_0 、 \hat{C}_1 、 \hat{C}_2 分别构造三种不同的演化算子 \hat{U}_0 、 \hat{U}_1 、 \hat{U}_2 , 并使用这三个演化算子在圆上进行一维单粒子量子漫步而产生 P 。

$$C_0 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & -\cos \theta_1 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & -\cos \theta_2 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 \\ \sin \theta_3 & -\cos \theta_3 \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中, $\theta_1, \theta_2, \theta_3 \in \{0, 2\pi\}$ 。

$$\hat{U}_0 = \hat{S}(\hat{I} \otimes \hat{C}_0), \quad \hat{U}_1 = \hat{S}(\hat{I} \otimes \hat{C}_1), \quad \hat{U}_2 = \hat{S}(\hat{I} \otimes \hat{C}_2) \quad (13)$$

演化算子 \hat{U}_0 、 \hat{U}_1 、 \hat{U}_2 按照以下步骤进行选择: 生成一个二进制序列 m 。并设置好量子漫步的步数 r 。然后, 量子漫步的每一步的演化算子 \hat{U}_i^j ($j \in \{1, \dots, r\}$) 将根据等式 14 中给出的规则来选择。

$$\hat{U}_i^j = \begin{cases} \hat{U}_0, & \text{if } m_j = 0 \text{ (i.e., the } j\text{th bit of } m \text{ is equal to 0)} \\ \hat{U}_1, & \text{if } m_j = 1 \text{ (i.e., the } j\text{th bit of } m \text{ is equal to 1)} \\ \hat{U}_2, & \text{if the } QW \text{ step number } j \text{ is greater the length of } m \end{cases} \quad (14)$$

量子漫步运行后, 在位置 x 处找到粒子的概率可以表述如下:

$$P(x, r) = \sum_{c \in \{0,1\}} \left| \langle x, c | (\hat{U})^r | \psi \rangle_0 \right|^2 \quad (15)$$

(2) 将 P 的元素分成 n 个集合 P_i , 其中每个 P_i 由 n 个数组成(即 $N = n \times n$, $i \in \{1, \dots, n\}$)。此外, 产生一个临时阶 n 矩阵 T , 其中 T_i 是集合 P_i 。换言之, 就是将概率分布 P 调整大小并重塑为 $n \times n$ 矩阵。

(3) 通过等式 16, 将矩阵 T 变换成一个新的临时矩阵 S , 它的条目是 0 到 255 之间的整数, 即将每个条目 $t_{i,j} \in [0,1]$ 映射成一个整数 $s_{i,j} \in \{0, \dots, 255\}$ 。

$$s_{i,j} = \text{floor}((t_{i,j} \times 10^8) \bmod 256) \quad (16)$$

为了计算上述等式, 我们使用了 MATLAB 函数 fix , 即,

$$s_{i,j} = \text{fix}((t_{i,j} \times 10^8) \bmod 256) \quad (17)$$

最终, 将矩阵 S 通过 NCQI 模型, 产生矩阵 $|K\rangle$ 。

3.1.2. 产生置乱后的水印图像 $|X\rangle$

将量子图像 $|K\rangle$ 作为控制量子比特, 对水印图像 $|I\rangle$ 运用 CNOT 门生成置乱后的水印图像, 用 $|X\rangle$ 表示。

具体过程如下。

$$\begin{aligned} & \left| R_7^x \cdots R_0^x G_7^x \cdots G_0^x B_7^x \cdots B_0^x \right\rangle \otimes |i\rangle \\ &= \hat{C}_{not}^{\otimes 24} \left| R_7^k \cdots R_0^k G_7^k \cdots G_0^k B_7^k \cdots B_0^k \right\rangle \left| R_7^c \cdots R_0^c G_7^c \cdots G_0^c B_7^c \cdots B_0^c \right\rangle \otimes |i\rangle \\ &= \left| C_{not} \left(R_7^k, R_7^c \right) \cdots C_{not} \left(R_0^k, R_0^c \right) \cdots C_{not} \left(G_0^k, G_0^c \right) \cdots C_{not} \left(B_0^k, B_0^c \right) \right\rangle \otimes |i\rangle \end{aligned} \quad (18)$$

$|X\rangle$ 表示如下。

$$|X\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{i=0}^{2^{2n}-1} \left| R_7^x \cdots R_0^x G_7^x \cdots G_0^x B_7^x \cdots B_0^x \right\rangle \otimes |i\rangle \quad (19)$$

3.2. 水印图像的嵌入过程

3.2.1. 载体图像分块

在嵌入水印之前, 将载体图像分割成多个大小为 2×2 的像素块, 以一个大小为 $2^n \times 2^n$ 的载体图像为例, 可以被分割成 $2^{n-1} \times 2^{n-1}$ 个像素块, 每个像素块包含 4 个紧密相连的像素。为了比较每个像素块中 4 个像素的嵌入能力, 本文通过双量子比特比较器对每个像素的颜色通道的最后三位量子比特进行测量,

这一步旨在计算其中 0 的数量，因为 0 的数量多少直接反映了该像素承载额外信息的能力。完成测量后，根据每个像素最后三位中 0 的数量，从高到低进行排序，以此生成序列 K 。图 1 给出了大小为 4×4 的图像分块示例。

3.2.2. 水印图像嵌入

在载体图像被分割成多个像素块之后，按照从前往后的顺序，逐一将水印图像的像素信息嵌入到载体图像的像素块中。具体来说，水印图像的第一个像素点会被嵌入到 B_0 像素块，水印图像的第二个像素点会被嵌入到 B_1 像素块，以此类推。以水印图像中每个颜色通道值为 8 为例，本文会将 8 位的二进制序列从左到右分成 4 部分：分别是 3 位量子比特，2 位量子比特，2 位量子比特和 1 位量子比特。这样的划分是为了后续更精准的进行嵌入操作。

同时在嵌入过程中，会结合序列 K ，对于一个像素块中嵌入能力最强的像素点，选择其对应颜色通道值的最后 3 位，利用 LSB 算法进行水印信息的嵌入。而对于嵌入能力最弱的像素点，只修改其最后 1 位。至于嵌入能力位于中间的两个像素点，则分别修改它们的最后 2 位。图 2 呈现了一个大小为 1×1 的水印图像的 R 通道的嵌入示例，展示了水印信息如何被嵌入到载体图像中。

通过本文所提出的嵌入方法，能够在确保水印嵌入容量的前提下，实现最佳的视觉质量，从而在保障信息完整性的同时，提供近乎无损的图像观赏体验。

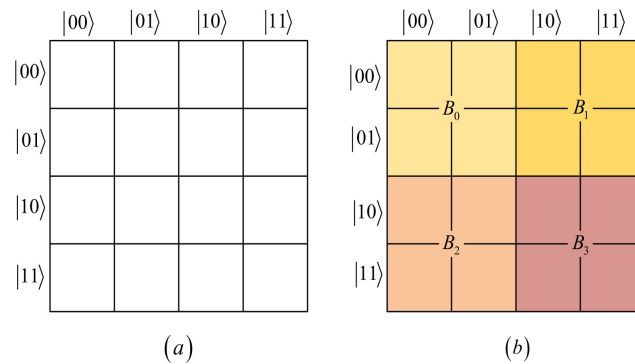


Figure 1. (a) Carrier image before segmentation, (b) Example of carrier image segmentation
图 1. (a)未分块前的载体图像, (b) 载体图像分块示例

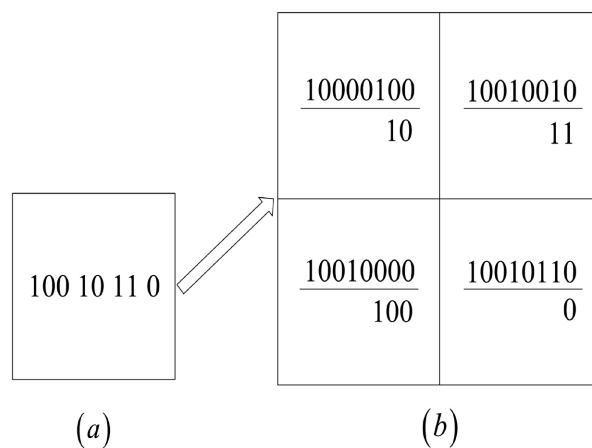


Figure 2. (a) Watermark image, (b) Carrier image
图 2. (a) 水印图像, (b) 载体图像

3.3. 水印图像的提取过程

在水印的提取过程中，需要用到载体图像 $|C\rangle$ 和嵌入水印后的载体图像 $|CW\rangle$ 和序列 K 。具体提取过程如下：

将经典的载体图像转换为 NCQI 模型下的量子图像 $|C\rangle$ 。

在载体图像 $|C\rangle$ 和嵌入水印后的载体图像 $|CW\rangle$ 之间执行异或运算，得到量子图像 $|X'\rangle$ 。

结合序列 K 和 $|X'\rangle$ ，得到量子图像 $|X\rangle$ 。

3.4. 水印图像的恢复过程

提取出的水印图像恢复成原图像的操作就是置乱操作的逆操作，需要用到提取出的量子图像 $|X\rangle$ 和控制图像 $|K\rangle$ 。得到置乱前的水印图像 $|I\rangle$ 的过程可以描述为：

$$|I\rangle = C - \text{not}(|K\rangle, |X\rangle) \quad (20)$$

4. 仿真实验

4.1. 水印置乱

在本章中，对上述水印方案在经典计算机上进行了仿真实验，所有实验均在 MATLAB R2014a 进行实现，实验用到大小为 256×256 的图像 Lena、Pepper、Sugar 和 Tree。

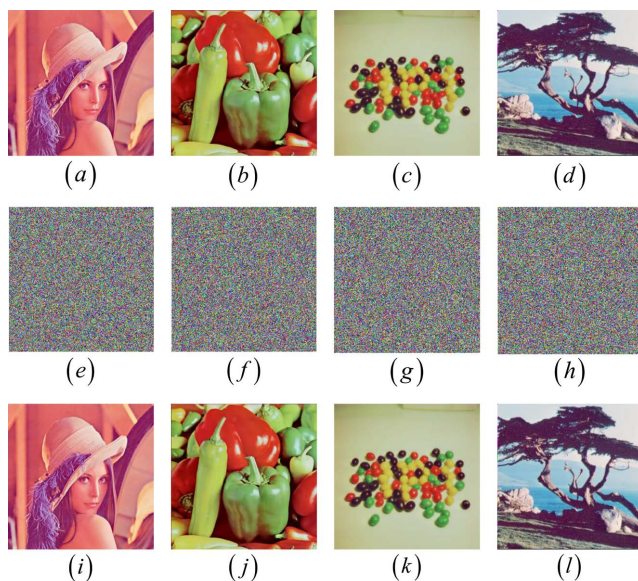


Figure 3. (a)~(d) show the original image, (e)~(f) show the scrambled image, and (i)~(l) show the restored image
图 3. (a)~(d)为原始图像，(e)~(f)为置乱后的图像，(i)~(l)为恢复后的图像

图 3 给出了图像置乱打的仿真结果，下文进行了直方图分析，评估置乱的效果。

图像的直方图是一种统计图表，它直观地展示了图像中像素值的分布情况。在灰度图像中，直方图特别揭示了从 0 到 255 的色调值的分布情况。在彩色图像中，可以针对每个颜色通道分别计算直方图，或者首先将图像转换为灰度图像再计算直方图。直方图分析对于评估图像置乱的效果非常重要，因为它能够清晰地反映出图像中各个像素值的出现频率。好的置乱方法应该能够确保不同置乱图像的直方图具有高度的一致性，以此来抵御潜在的统计攻击。图 4 给出了原始图像 Lena 及置乱后图像的对比的直方图，

图 5、图 6 和图 7 则分别给出了 sugar、tree 和 pepper 置乱后图像的直方图。而这些图像在经过 3.2 节中提出置乱方法处理后，其直方图呈现出高度的一致性。这一结果充分证明了本章所提的量子图像置乱方法能够有效抵御直方图分析攻击，从而确保了图像数据的安全性。

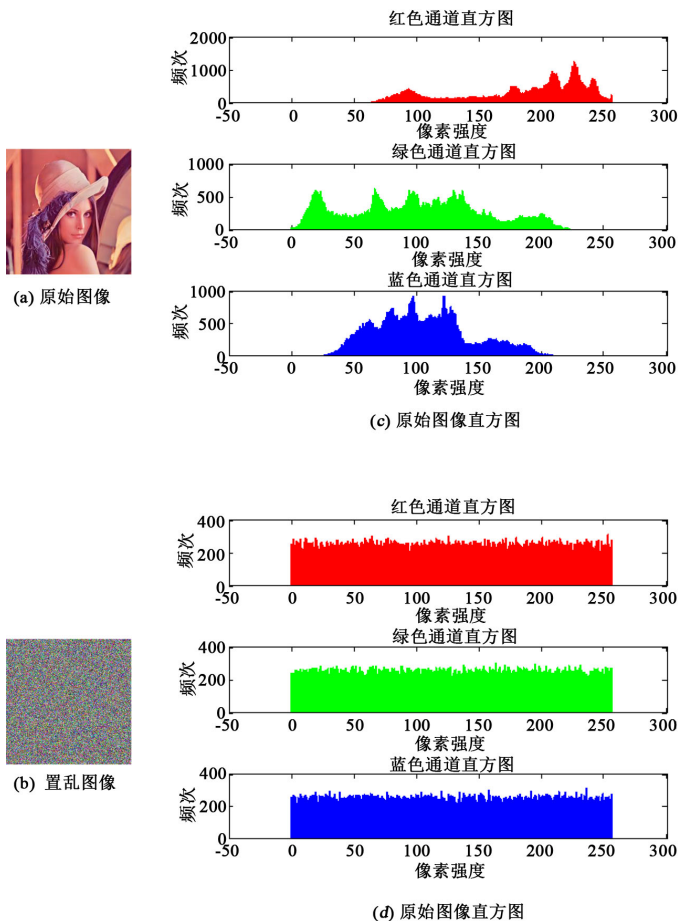


Figure 4. Histogram of Lena image
图 4. Lena 图像的直方图

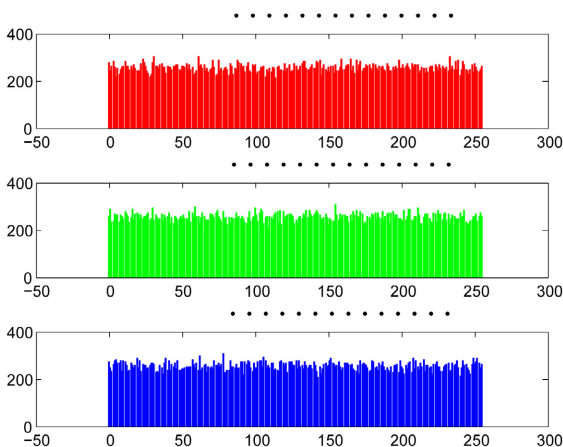


Figure 5. Histogram of watermark image sugar after scrambling
图 5. 水印图像 sugar 置乱后直方图

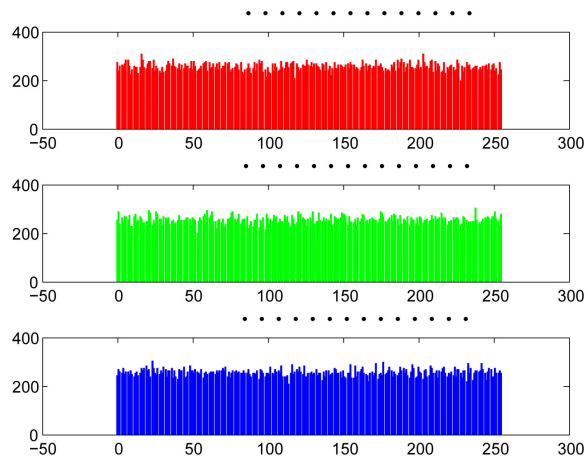


Figure 6. Histogram of watermark image tree after scrambling
图 6. 水印图像 tree 置乱后直方图

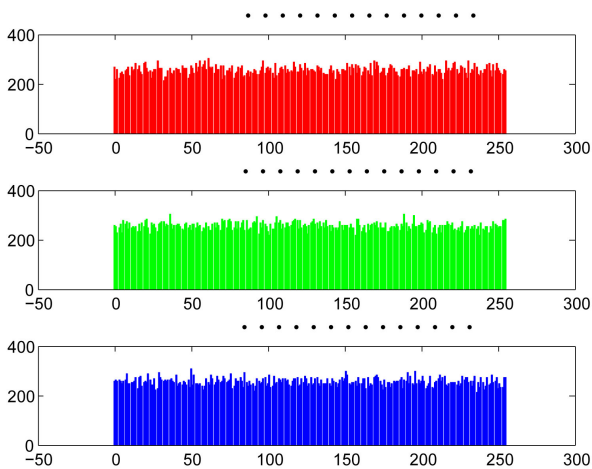


Figure 7. Histogram of watermark image pepper after scrambling
图 7. 水印图像 pepper 置乱后直方图

4.2. 图像嵌入



Figure 8. Embedding experiment results: (a) watermark image, (b) carrier image, (c) carrier image after embedding watermark

图 8. 嵌入实验结果: (a) 水印图像, (b) 载体图像, (c) 嵌入水印后的载体图像

在仿真实验中, 本章以 Lena、Pepper、Sugar 和 Tree 四个图像作为载体, 进行了水印嵌入的测试。视觉质量是评估水印算法的重要指标, 而峰值信噪比(RGB-PSNR)经常用于评估水印图像的视觉质量[30]

[31], 其表示如下。

$$PSNR_{RGB} = (PSNR_R + PSNR_G + PSNR_B) / 3, \quad (21)$$

$$PSNR_X = 10 \log_{10} \frac{MAX^2}{MSE} = 20 \log_{10} \frac{MAX_I}{\sqrt{MSE}}, X \in \{R, G, B\} \quad (22)$$

图 8 以 Lena 图为例, 清晰地展示了嵌入水印前后的 Lena 图像。通过对比, 可以观察到, 载体图像在视觉上并未出现显著的变化, 这充分证明了本章所提出的嵌入方案在保持图像视觉质量方面具有较高的性能。表 1 详细列出了这四个载体图像在嵌入水印后的峰值信噪比(PSNR)值。这些数值数据提供了客观的嵌入效果评价, 从而再次印证了本章所提出的水印嵌入方案不仅具有良好的视觉效果, 同时也具备了高度的技术可行性。

Table 1. Experimental results of simulation experiments

表 1. 仿真实验的实验结果

载体图像	水印图像	RGB-PSNR
Lena	Pepper	56.4591
Lena	Sugar	56.5702
Lena	Tree	56.7287
Pepper	Lena	57.1023
Pepper	Sugar	56.9806
Pepper	Tree	57.2542
Sugar	Lena	56.9905
Sugar	Pepper	57.0100
Sugar	Tree	57.2019
Tree	Lena	56.7842
Tree	Pepper	56.6948
Tree	Sugar	56.7963

5. 总结

本文深入探讨了一种创新的彩色图像量子图像水印方案, 该方案以 NCQI 模型为基础, 并涉及量子漫步算法和像素分块算法, 在第 3 节详细阐述了水印的置乱、嵌入以及提取过程。为了验证方案的实用性和性能, 本文在第 4 节中, 通过 MATLAB 平台, 进行了严谨的仿真实验。实验结果充分证明了在量子计算环境下, 本方案不仅切实可行, 而且效果显著。特别值得一提的是, 本方案在图像处理过程中保持了出色的视觉质量, 这一优势使得本方案在实际应用中具有更广泛的前景和潜力。

基金项目

北京市教委科研项目(KM202010015009); 北京印刷学院网络安全(数字版权保护技术)培育学科建设项目(21090123010); 北京印刷学院青年卓越项目(Ea202411)。

参考文献

- [1] Bhabatosh, C. (2011) Digital Image Processing and Analysis. PHI Learning Pvt. Ltd., Delhi.
- [2] Niblack, W. (1985) An Introduction to Digital Image Processing. Strandberg Publishing Company, Hovedstaden.
- [3] 张宏宇. 计算机数字图像处理研究进展[J]. 信息记录材料, 2023, 24(8): 24-26, 30.
- [4] Tirkel, A.Z., Rankin, G.A., Van Schyndel, R.M., et al. (1993) Electronic Watermark. *Digital Image Computing, Technology and Applications*, **93**, 666-673.

- [5] Van Schyndel, R.G., Tirkel, A.Z. and Osborne, C.F. (1994) A Digital Watermark. *Proceedings of 1st International Conference on Image Processing*, Austin, 13-16 November 1994, 86-90.
- [6] Langelaar, G.C., Setyawan, I. and Lagendijk, R.L. (2000) Watermarking Digital Image and Video Data. A State-of-the-Art Overview. *IEEE Signal Processing Magazine*, **17**, 20-46. <https://doi.org/10.1109/79.879337>
- [7] Gea-Banacloche, J. (2002) Hiding Messages in Quantum Data. *Journal of Mathematical Physics*, **43**, 4531-4536. <https://doi.org/10.1063/1.1495073>
- [8] Worley III, G.G. (2004) Quantum Watermarking by Frequency of Error When Observing Qubits in Dissimilar Bases. arXiv: quant-ph/0401041.
- [9] Mogos, G. (2008) Stego Quantum Algorithm. *International Symposium on Computer Science and Its Applications*, Hobart, 13-15 October 2008, 187-190. <https://doi.org/10.1109/CSA.2008.24>
- [10] Fatahi, N. and Naseri, M. (2012) Quantum Watermarking Using Entanglement Swapping. *International Journal of Theoretical Physics*, **51**, 2094-2100. <https://doi.org/10.1007/s10773-012-1087-9>
- [11] Mo, J., Ma, Z., Yang, Y., et al. (2013) A Quantum Watermarking Protocol Based on Bell Dual Basis. *International Journal of Theoretical Physics*, **52**, 3813-3819. <https://doi.org/10.1007/s10773-013-1687-z>
- [12] Iliyasu, A.M., Le, P.Q., Dong, F., et al. (2012) Watermarking and Authentication of Quantum Images Based on Restricted Geometric Transformations. *Information Sciences*, **186**, 126-149. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2011.09.028>
- [13] Zhang, W.W., Gao, F., Liu, B., et al. (2013) A Watermark Strategy for Quantum Images Based on Quantum Fourier Transform. *Quantum Information Processing*, **12**, 793-803. <https://doi.org/10.1007/s11128-012-0423-6>
- [14] Yang, Y.G., Jia, X., Xu, P., et al. (2013) Analysis and Improvement of the Watermark Strategy for Quantum Images Based on Quantum Fourier Transform. *Quantum Information Processing*, **12**, 2765-2769. <https://doi.org/10.1007/s11128-013-0561-5>
- [15] Song, X.H., Wang, S., Liu, S., et al. (2013) A Dynamic Watermarking Scheme for Quantum Images Using Quantum Wavelet Transform. *Quantum Information Processing*, **12**, 3689-3706. <https://doi.org/10.1007/s11128-013-0629-2>
- [16] Yang, Y.G., Xu, P., Tian, J., et al. (2014) Analysis and Improvement of the Dynamic Watermarking Scheme for Quantum Images Using Quantum Wavelet Transform. *Quantum Information Processing*, **13**, 1931-1936. <https://doi.org/10.1007/s11128-014-0783-1>
- [17] Miyake, S. and Nakamae, K. (2016) Quantum Watermarking Scheme Using Simple and Small-Scale Quantum Circuits. *Quantum Information Processing*, **15**, 1849-1864. <https://doi.org/10.1007/s11128-016-1260-9>
- [18] Li, P., Zhao, Y., Xiao, H., et al. (2017) An Improved Quantum Watermarking Scheme Using Small-Scale Quantum Circuits and Color Scrambling. *Quantum Information Processing*, **16**, Article No. 127. <https://doi.org/10.1007/s11128-017-1577-z>
- [19] Hu, W.W., Zhou, R.G., Luo, J., et al. (2019) LSBs-Based Quantum Color Images Watermarking Algorithm in Edge Region. *Quantum Information Processing*, **18**, Article No. 16. <https://doi.org/10.1007/s11128-018-2138-9>
- [20] Qian, X.H., Xu, G.B., Wang, H.K., et al. (2022) Threshold Secret Sharing Scheme of Quantum Images Based on Least Significant Bit Theory. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **608**, Article ID: 128248. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2022.128248>
- [21] Yu, Y., Gao, J., Mu, X., et al. (2023) Adaptive LSB Quantum Image Watermarking Algorithm Based on Haar Wavelet Transforms. *Quantum Information Processing*, **22**, Article No. 180. <https://doi.org/10.1007/s11128-023-03926-1>
- [22] Zhang, Y., Lu, K., Gao, Y., et al. (2013) NEQR: A Novel Enhanced Quantum Representation of Digital Images. *Quantum Information Processing*, **12**, 2833-2860. <https://doi.org/10.1007/s11128-013-0567-z>
- [23] Sang, J., Wang, S. and Li, Q. (2017) A Novel Quantum Representation of Color Digital Images. *Quantum Information Processing*, **16**, Article No. 42. <https://doi.org/10.1007/s11128-016-1463-0>
- [24] Ambainis, A., Bach, E., Nayak, A., et al. (2001) One-Dimensional Quantum Walks. *Proceedings of the Thirty-Third Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, Heraklion, 6-8 July 2001, 37-49. <https://doi.org/10.1145/380752.380757>
- [25] Childs, A.M. and Goldstone, J. (2004) Spatial Search by Quantum Walk. *Physical Review A*, **70**, Article ID: 022314. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.70.022314>
- [26] Yang, Y.G., Pan, Q.X., Sun, S.J., et al. (2015) Novel Image Encryption Based on Quantum Walks. *Scientific Reports*, **5**, Article No. 7784. <https://doi.org/10.1038/srep07784>
- [27] Abd-El-Atty, B., Abd, El-Latif, A.A. and Venegas-Andraca, S.E. (2019) An Encryption Protocol for NEQR Images Based on One-Particle Quantum Walks on a Circle. *Quantum Information Processing*, **18**, Article No. 272. <https://doi.org/10.1007/s11128-019-2386-3>
- [28] Abd-EL-Latif, A.A., Abd-El-Atty, B. and Venegas-Andraca, S.E. (2020) Controlled Alternate Quantum Walk-Based

-
- Pseudo-Random Number Generator and Its Application to Quantum Color Image Encryption. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **547**, Article ID: 123869. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.123869>
- [29] 李丹, 燕婷, 郭瑞. 基于交替量子漫步的量子彩色图像加密算法[J]. 信息安全, 2021, 21(6): 45-51.
- [30] Al-Nu Aimi, A.A. and Qahwaji, R. (2007) Robust Self Embedding Watermarking Technique in the DWT Domain for Digital Colored Images. *Journal of Digital Information Management*, **5**, 211-219.
- [31] Luthon, F., Beaumesnil, B. and Dubois, N. (2010) LUX Color Transform for Mosaic Image Rendering. 2010 *IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)*, Cluj-Napoca, 28-30 May 2010, 1-6. <https://doi.org/10.1109/AQTR.2010.5520671>