

# SOLO分类理论和学习进阶对高中立体几何初步的启示

刘 艺, 贾彦娜

太原师范学院数学与统计学院, 山西 晋中

收稿日期: 2024年3月11日; 录用日期: 2024年4月28日; 发布日期: 2024年5月6日

## 摘 要

学生对概念的理解程度会直接影响知识的掌握程度。在学生的认知发展过程中, 学习进阶发挥了桥梁的作用, 将学生的学与教师的教架构起来。本文对SOLO分类理论和学习进阶做了详细介绍, 且基于“立体几何初步”内容在高中的重要作用, 利用SOLO分类理论本有的五个具体层次, 对成就水平划分, 构建了学习进阶, 为中学一线数学教师将SOLO分类理论和学习进阶融入课堂教学提供理论参考。

## 关键词

学习进阶, 立体几何初步, SOLO分类理论

# Preliminary Inspiration of SOLO Classification Theory and Advanced Learning on Solid Geometry in Senior High School

Yi Liu, Yanna Jia

College of Mathematics and Statistics, Taiyuan Normal University, Jinzhong Shanxi

Received: Mar. 11<sup>th</sup>, 2024; accepted: Apr. 28<sup>th</sup>, 2024; published: May 6<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

The level of understanding of concepts by students directly affects their mastery of knowledge. In the process of students' cognitive development, learning advancement plays a bridge role, con-

necting students' learning with the teaching structure of teachers. This paper gives a detailed introduction to SOLO classification theory and learning advancement, and based on the important role of "solid geometry preliminary" content in senior high school, it uses the five specific levels of SOLO classification theory to divide the achievement level, and constructs the learning advancement. It provides theoretical reference for middle school frontline mathematics teachers to integrate SOLO classification theory and advanced learning into classroom teaching.

## Keywords

Advanced Learning, Preliminary Solid Geometry, SOLO Classification Theory

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

《普通高中数学课程标准(2017年版)》的着眼点在于贯彻实施数学核心素养,要把数学核心素养作为培养学生的导向,而落实核心素养则主要基于各个学科的教学。在高中阶段,数学知识的抽象程度相对较高,在数学语言的表达上也更加地严谨和抽象。而学习进阶则是指学习者对一个新概念进行思考和理解的过程,在当前教育界,其已成为教学实践活动的研究热点。对学习者的学习过程进行进阶研究时,需要划分学习者的成就水平,而 SOLO 分类理论(可观测到的学生学习成果的结构),恰恰能将学习者看不见、摸不着的学习历程进行划分并检测。由此,建构学习进阶时采用 SOLO 分类理论划分学习者的成就水平,有助于了解学生对概念的理解过程,有助于指导教师有效地开展概念教学及渗透数学核心素养。

众多学者基于大量研究的基础上发现,学习者的认知思维结构处于“进阶”的过程,而关于“进阶”过程的描述则易使学习者和教学者把握认知中存在的 key 问题,从而能够促进学习者的认知思维建构和教学活动的逐步深入进行[1]。而立体几何的学习贯穿了高中必修和选择性必修的教材,是高中数学要学习的重要内容之一。从课程角度来看,数学立体几何初步的教材内容呈现螺旋上升的趋势,且随着学习的深入内容越来越抽象,课标编排者只是对学习者的学习标准做了阐述,没有对学习过程做具体的说明和判断。从教师教学角度来看,一是受竞争机制的干扰,教师教授给学生公式、定理,把学生能应用公式、定理解题视为教学目标;二是部分教师对 PPT 或在黑板上绘图过分依赖,而立体几何的教学需要动态展示过程,有必要性重新审视。从学生自身角度来看,立体几何也是学习者的抽象思维从二维到三维的转折点,立体几何初步本章基本事实多、性质定理多、公式多,对学习者的数学抽象思维要求较高,再加之立体几何部分也是高考的必考点和难点,情感上在学习之前易产生畏难情绪,学习之后难上加难。基于以上分析,需对《立体几何初步》章节做进一步研究。

本文基于 SOLO 分类理论和进阶理论的研究,对高中教科书《立体几何初步》部分提出启示,不再拘泥于一种理论的指导,把两种理论的优势相结合,从而更好地指导学习者螺旋上升的思维结构的学习,以求为教学者在教学实践活动中提供新的理论突破点。

## 2. 预备知识

### 2.1. SOLO 分类理论

SOLO 分类理论(Structure of the observed Learning Outcome)基于皮亚杰的认知发展阶段论,是港大教

授、澳大利亚学者比格斯(J. B. Biggs)提出的评价学生学业的框架[2]。这一理论既有完备的评价体系, 又具有坚实的实践基础[3]。比格斯及其同事 Collis 于 1982 年在澳大利亚与中国香港开展了一系列统计实验后, 将此理论与数学、英语、历史等多种课程的评价相结合, 建立了一套以等级描述为主要特点的对学习者进行质性评价的体系。所以 SOLO 分类理论是指学习者在某一特定学习情境下的学习结果, 从低到高化分为 5 种层次, 即: 前结构水平(P)、单点结构水平(U)、多点结构水平(M)、关联结构水平(R)、拓展结构水平(E)。SOLO 分类理论认为学生的思维层次是环环紧扣, 逐级递进, 由浅入深的。

## 2.2. 学习进阶

学习进阶理论来源于国外, 最早是为了解决美国教育中存在的教学内容复杂却没有关联性问题, 后随着先进心理测量技术向教育测量方向转化[4], 该理论起初应用于教育测量与评价, 后来逐渐引入到核心概念进阶设计和学校教学实践中。

学习进阶虽然是一个新兴名词, 但其理论基础却深扎于教育学和心理学的大地。学习进阶是对课程与教学论中“对学习者设计怎样的路径”问题的继续研究。布鲁纳提出的结构主义课程理论, 以学科结构为中心, 强调学科结构的学习要与学习者的认知发展水平保持一致性, 因此编制课程时, 应依据学习者的思维认知水平采用螺旋上升的方式编排课程[5]。维果斯基的最近发展区理念, 学习者在成人的指导下到达的解决问题的水平高度与独自解决问题时的水平之间的差异, 实质上是两个相邻思维发展阶段的过渡。基于儿童发展的两种水平: 现有水平和可能达到的水平, 对于教学者来说, 不应只看到学习者当前的水平状态, 还应看到其逐步形成的过程[6]。建构主义学习观是学习者主动构建知识网络的过程, 并且学习者在进入学习之初不是一无所知, 而是将其原有经验当作“生长点”, 对新知识进行编码, 因此建构主义者把研究焦点放在: 学习者的原有经验, 心理结构和信念[7]。

2004 年 Smith [8]首次提出了学习进阶, 由此学习进阶成为了国内外学者的研究热潮。尽管国内外对学习进阶的研究成果很多, 但是对“学习进阶”理论的概念还没有统一的表述方式。目前国内外学者的广泛认可的是, 美国国家研究委员会(NRC)在 2005 年发布的 K-12 年级科学性教育成果测验报告会上提出的定义: 学习进阶是对学生在一定时间跨度内学习和探究某个主题时, 依次进阶、逐级深化的思维方式的描述[9]。

学习进阶主要包含五个方面的内容[10]: (1) 进阶终点——可称为学习目标, 学习进阶过程中的最高水平; (2) 进阶维度——也叫发展变量, 指的是将某一知识点或信息进行划分的一个或多个核心概念; (3) 进阶水平——是指学习者在学习知识的进阶过程中所经历的层次或者阶段; (4) 学业表现——也称预期表现, 用以描述处于某一进阶水平上的具体表现, 为测评工具的制定提供参考; (5) 评测工具——假设性检验学习者在进阶过程中的表现是否符合所构建的学习进阶假设。

当前, 国内知名学者张玉峰以学习进阶理论为依据, 从宏观与微观两个层次对科学理念的教学内容进行了讨论, 并对其进行了相应整合, 从而为中小学教师的课程设计与课堂实践提供了依据, 为进一步把学习进阶理论应用到课堂实践中提供了一种可操作的分析框架[11]。

## 3. 立体几何初步重要性的体现

### 3.1. 普通高中课程标准以及教材对立体几何初步的要求

立体几何与实际生活密切相关, 它对现实世界中物体的形状, 大小和位置的关系进行了研究。在 2019 人教 A 版高中数学教材中, 立体几何划分为立体几何初步、空间向量与立体几何两部分内容[12]。《立体几何初步》一章摘自 2019 新人教 A 版高中数学必修第二册第八章。

《普通高中数学课程标准(2017 年版)》(下称课标), 对《立体几何初步》这章做了具体的课程目标要

求。通过《立体几何初步》的教学, 能使学生以长方体为载体, 认识并理解空间中的点、线、面之间的位置关系; 运用数学语言描述平行、垂直的性质和判定, 从而论证一些结论; 通过简单几何体了解其表面积、体积的公式; 运用直观感知、操作确认、推理论证、度量计算等方法, 对空间图形的性质进行认识并探索, 从而构建空间观念[13]。

立体几何初步在数学的学习过程中是非常重要的, 贯穿于整个数学学习长河中。在幼儿阶段, 学习认识图形; 在小学阶段, 观察物体和求多边形的面积; 在初中阶段, 渗透投影和三视图; 在高中阶段学习的平面向量的应用, 在大学阶段开设的解析几何, 则都涉及到了立体几何初步的学习, 从侧面也体现了立体几何初步是呈现阶梯状的学习进阶态势。另外, 在立体几何初步学习中, 用图片或实物模型或计算机软件来展现空间几何体, 从具体到抽象的过程中, 帮助学生对立体几何的空间结构有更深入的了解, 有助于提升学生直观想象的数学核心素养; 通过观察或操作图片, 发现和提出描述图形平行或垂直的关系, 将立体几何知识和平面图形问题相互转化, 需要学生用准确的数学语言表达和证明命题, 提高学生逻辑推理的核心素养; 通过准确画图或者实物模型, 理解点线面的位置关系, 进而归纳出立体图形的共同属性, 从而提高高中阶段学生的数学抽象素养; 通过解决简单的实际问题, 实现逻辑推理、数学运算素养的提升。所以, “立体几何初步”内容在高中数学中起到了至关重要的作用。

### 3.2. 高考中的立体几何

通过对比 2022 年全国各地的高考试题, 将涉及到立体几何初步的相关内容列表 1 如下, 观察表格不难发现, 在全国各地的高考试题中对立体几何初步的内容均有考察, 并且分值占比较大。由此可见, 立体几何初步的内容在高考数学中的地位不容小觑。

**Table 1.** The investigation of three-dimensional geometry in college entrance examination in recent five years

**表 1.** 近五年高考立体几何的考察情况

年份类型	题号	题型	分值	知识点	数学核心素养
2022 新高考 I 卷	4	单选	5	棱台体积	数学建模、数学运算、逻辑推理
	8	单选	5	正四棱锥与其外接球的体积	数学建模、逻辑推理、数学运算
	9	多选	5	线面垂直的判定定理	数学抽象、直观想象、逻辑推理
	19	解答 I	5	等体积求点到直线的距离; 面面垂直的性质定理; 线面垂直的判定定理	数学抽象、逻辑推理、数学运算、 直观想象
2022 新高考 II 卷	7	单选	5	三棱台外接球的表面积	数学建模、逻辑推理、数学运算
	11	多选	5	棱锥体积	直观想象、逻辑推理、数学运算
	20	解答 I	5	证明线面平行	数学抽象、逻辑推理、直观想象
2022 全国甲卷 (理科)	4	单选	5	由三视图求多面体的体积	数学建模、数学运算、逻辑推理
	18	解答 I	5	证明线线垂直	直观想象、逻辑推理、数学抽象
2022 全国乙卷 (理科)	7	单选	5	面面平行的判定定理; 面面垂直的判定定理	数学建模、数学抽象、逻辑推理
	9	单选	5	四棱锥体积	数学建模、数学运算、逻辑推理
	18	解答 I	5	证明面面垂直	直观想象、数学抽象、逻辑推理
2022 北京卷	9	单选	4	规定区域的面积	数学建模、数学运算、逻辑推理
	17	解答 I	6	证明线面平行	直观想象、数学抽象、逻辑推理

续表

2022 天津卷	8	单选	5	两个直三棱柱重叠后的体积	数学建模、数学运算、逻辑推理
	17	解答 I	4	证明线面平行	直观想象、数学抽象、逻辑推理
2022 浙江卷	5	单选	4	由三视图求几何体的体积	直观想象、数学运算、数学建模
	19	解答 I	5	证明线线垂直	直观想象、数学抽象、逻辑推理
2022 上海卷	5	填空	4	圆柱侧面积	数学运算、逻辑推理
	15	单选	5	线线平行	直观想象、逻辑推理、数学抽象
	17	解答 I	6	求三棱锥体积	直观想象、数学运算、逻辑推理

通过对 2022 年全国各省市高考试题中“立体几何初步”这一内容的比较和分析,得出试题具有以下特点。从所占分值来看,“立体几何初步”在高考试卷中所占分值范围约为 10~15 分,所占比例较大;从考察题型来看,在选择题和填空题中,一般占 5~10 分左右,在解答题中,一般占 4~6 分左右;从考察内容来看,立体几何初步主要考察几何体的表面积、体积以及空间点、直线、平面的位置关系,同时也涉及到立体几何初步与其他内容的综合运用。由此可见,在高考试卷中,试题组专家善于运用立体几何初步的知识,考察学生的直观想象、逻辑推理、数学抽象、数学运算的数学核心素养。

#### 4. 高中数学“立体几何初步”部分学习进阶框架的构建

基于立体几何初步这章内容的特点:虽然知识点繁杂、公式多,但其内部关联性极强,即可以对立体几何初步这章的知识方法进行梳理,进而建构学习进阶。学习进阶框架构建过程中,需要对成就水平进行划分,而 SOLO 分类理论已经对思维的发展水平进行划分,分成了五个具体的层次,由此 SOLO 分类理论对学习立体几何初步的学习者的思维水平有了大致的衡量标准,从浅层次的初步判断学习者的思维现状,评价出学生对某一知识点的掌握水平及思维水平。学习进阶,一方面因其是围绕学科核心概念建构的,它能使学科中的知识、方法、思想等整合起来,从而使得教学者课程安排趋于合理化;另一方面让学习者和教学者更清楚认知思维所处的阶段,学习者能借助构建好的学习进阶假设,重新建构或拓展他们对核心概念的理解与运用。

课程标准是国家意志的体现,因此要基于课程标准建构学习进阶。课标将“立体几何初步”内容分为三部分:(1)基本立体图形;(2)基本图形位置关系;(3)几何学的发展(\*)。本文选取“基本立体图形”做学习进阶的建构,因此进阶维度为基本立体图形。由于学生在学本节内容之初思维不是空空如也,所以本文的进阶水平从 U 开始,其学习进阶如表 2 所示。

在课标中编写的学业质量,明确了学习者在完成该科目的学习后,数学学业质量是其所应达到的数学核心素养的目标[13],同时也是将数学核心素养和课程内容进行了有效整合,这与 SOLO 分类理论和学习进阶理论所呈现的理念是一致符合的。

学习进阶的目的是构建学习进阶框架,能有效的描述学生学习立体几何内容时所处的各个重要环节,进一步明确了教学目标。况且“学习进阶”是基于实证得出的一个假设,说明了“学习进阶”在开发时,要注意将理论和实际相结合,在理论的指导下开展实践活动,并在实践中逐步完善“学习进阶”理论。总之,学习进阶可以将课标、教学和评价有机地结合在一起,也可以将其与中小学课堂相结合,使学习者形成一个全新的认知体系,逐步发展其思维和认知,教师也能提前了解学生存在的问题,完善课程内容体系。

**Table 2.** “Basic stereograph” hypothetical learning progression frame table  
**表 2.** “基本立体图形”假设性学习进阶框架表

进阶维度	进阶水平	预期学业表现	
基本 立 体 图 形	U	水平 1	能认识单个简单物体及其简单组合体的结构特征; 能运用结构特征描述现实生活中简单物体的结构; 了解斜二测画法的作图步骤。
		水平 2	知道圆柱、圆锥、圆台的展开图。
	M	水平 3	能画简单物体的三视图、平面展开图, 并能根据展开图想象和制作实物模型; 能用斜二测画法画出简单空间图形单个立体图形或其简单组合体的直观图。
		水平 4	只知道简单几何体的表面积和体积的计算公式; 只能在简单物体中较死板的单独使用表面积和体积中的一个公式。
	R	水平 5	能将物体的侧面展开图、表面积、体积公式等混合解决简单物体的实际的熟悉问题(如体积比、底面直径等)。
	E	水平 6	在实际问题中, 灵活运用各类简单图形的知识, 将所给条件的文字语言转化为数学语言, 从多角度求不熟悉的复杂多面体的体积。

综上所述, SOLO 分类理论和学习进阶理论并不存在冲突, 反而优势互补, 由此教学者可基于学习质量标准, 依据 SOLO 分类理论的水平层级、学习者已有的认知经验构建学习进阶, 使得立体几何初步的研究更加清晰透彻。

## 5. 结语

基于 SOLO 分类理论的学习进阶的建构不是拍案就成的, 也不是一成不变的。由于学习进阶最初是假设性的, 接下来教学者对学习者的进行测试验证, 根据测试结果验证学习进阶建构的预期学业表现的合理性并以此修订, 体现出学习进阶的实证性。然而此时建构的学习进阶并不适合所有学习梯度的学生, 必要时根据学习者的状态做“与时俱进”的修正。

SOLO 分类理论和学习进阶理论的思想或教学设计不仅可以应用于数学学科, 在其他学科中也均有涉及, 如在化学、物理、生物[14][15][16]等学科教学设计中都有采用 SOLO 分类理论或学习进阶理论或两者兼有的方式进行论述。虽然现在部分学者已经开始重视 SOLO 分类理论或学习进阶理论的深入研究, 但两者理论相结合的文献还不多, 而且目前我国对于学习进阶理论、SOLO 分类理论和学科课程教育整合的实践研究还处于摸索阶段, 还需要不断地深入研究。

## 基金项目

本文为山西省高等学校科技创新项目(2021L416); 山西省基础研究计划(自由探索类)青年项目(20210302124688); 太原师范学院基础教育教学改革项目(YJSJCJY-2355)(YJSJCIY-2356)研究成果。

## 参考文献

- [1] 翟小铭, 郭玉英, 李敏构建学习进阶: 本质问题与教学实践策略[J]. 教育科学, 2015, 31(2): 47-51.
- [2] Biggs, J.B. and Collis, K.F. (1982) *Evaluating the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy*. Academic Press, New York.
- [3] Biggs, J. and Watkins, D. (1995) *Classroom Learning*. Prentice Hall, Singapore.
- [4] 蔡小璜, 刘嘉欣, 刘徽. “学习进阶”的评价: 诊断学生思维发展[J]. 上海教育, 2022(11): 34-37.
- [5] Bruner, J. (1960) *The Process of Education*. Harvard University Press, Cambridge, MA.  
<https://doi.org/10.4159/9780674028999>
- [6] Vygotsky, L. (1978) *Interaction between Learning and Development*. In: Gauvain, M. and Cole, M., Eds., *Readings on the Development of Children*, Scientific American Books, New York.

- [7] 吴颖康, 邓少博, 杨洁. 数学教育中学习进阶的研究进展及启示[J]. 数学教育学报, 2017, 26(6): 40-46.
- [8] Smith, C., Wisner, M., Anderson, C.W., *et al.* (2004) Implications of Research on Children's Learning for Assessment: Matter and Atomic-Molecular Theory. National Academy of Sciences, Washington DC.
- [9] National Research Council (2007) Taking Science to School: Learning and Teaching Science in Grades K-8. National Academies Press, Washington DC, 113.
- [10] Corcoran, T., Mosher, F.A. and Rogat, A. (2009) Learning Progressions in Science: An Evidence-Based Approach to Reform. Consortium for Policy Research in Education, Philadelphia. <https://doi.org/10.12698/cpre.2009.rr63>
- [11] 张玉峰. 基于学习进阶的科学概念教学内容整合[J]. 课程·教材·教法, 2019, 39(1): 99-105.
- [12] 普通高中数学教科书数学必修二(人教 A 版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2019.
- [13] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2017.
- [14] 鲁静, 李慧敏, 周璇娜, 唐海燕. 基于 SOLO 分类理论的单元教、学、评一体化学习进阶设计——以“金属及其化合物”为例[J]. 化学教育(中英文), 2020, 41(13): 42-47. <https://doi.org/10.13884/j.1003-3807hxjy.2019010095>
- [15] 刘妍君, 段玉山, 周维国. 基于 SOLO 分类理论的中学地理概念认知建构与学习进阶——以“地球公转”为例[J]. 地理教学, 2020(5): 16-20.
- [16] 张玉峰. 基于学习进阶的物理单元学习过程设计[J]. 课程·教材·教法, 2020, 40(3): 50-57.