

基于排队理论的通道使用问题研究与应用

叶雨佳^{1,2}, 李裕春³, 于海宝¹, 郑龙华¹, 刘庆¹

¹陆军工程大学研究生院, 江苏 南京

²中国人民解放军31678部队88分队, 四川 泸州

³陆军工程大学野战工程学院, 江苏 南京

收稿日期: 2024年4月29日; 录用日期: 2024年5月22日; 发布日期: 2024年5月31日

摘要

考虑到通道使用问题在军事和生活中的广泛应用, 采用排队理论的方法, 简要介绍理论的基本原理, 描述了常用排队系统的模型和状态方程。结合演训活动中的实例, 计算出排队理论的各数量指标, 为指挥员定下决心提供定量的依据。文章立足现有理论和实际场景, 为部队在演训活动乃至未来实战中顺利完成任

关键词

通道使用, 排队理论, 应用

Research and Application of Channel Usage Problems Based on Queuing Theory

Yujia Ye^{1,2}, Yuchun Li³, Haibao Yu¹, Longhua Zhen¹, Qing Liu¹

¹Graduate School of Army Engineering University of PLA, Nanjing Jiangsu

²Detachment 88 of Unit 31678 of the PLA, Luzhou Sichuan

³College of Field Engineering, Army Engineering University of PLA, Nanjing Jiangsu

Received: Apr. 29th, 2024; accepted: May 22nd, 2024; published: May 31st, 2024

Abstract

Considering the wide application of access usage in military and daily life, this paper introduces the basic principle of queuing theory and describes the common models and state equations of queuing systems. Combined with the practice in training activities, the quantitative indexes of queuing theory are calculated, which provide quantitative basis for commanders to make up their minds. Based on the existing theory and practical scenes, this paper lays a solid theoretical foun-

ation for the troops to successfully complete the task in the training activities and even in the future actual combat.

Keywords

Access Usage, Queuing Theory, Application

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

排队论是探究随机过程服务系统的一类学科门类,一般也可称为等待服务问题,随机服务理论等[1]。在军事领域,排队理论的用途十分广泛。宋振之等[2]基于排队理论,提出了一种光电对抗系统作战效能的分析方法,并通过模型仿真,得出了最优的配置方式;高志刚等[3]采用排队论模型,将防空武器总数量和防御成本作为优化目标,提出了最小防空武器总数量的“理想区”模型和最低防御成本的“最优解”;郭喆[4]采用排队论的方法研究 TDMA 协议对报文传输时延的影响,提出一种 TDMA 和码分多址混合组网方法,大幅缩短数据包排队传输时延。

排队理论在国外也有着广泛的研究与应用。Blesa 等[5]使用排队理论,建立了在最坏情况下研究分组交换通信网络的一种对抗模型;S.A.Afolalu 等[6]研究了利用随机排队方法优化呼叫中心的一个实际应用,确定了各高峰时段呼叫中心的最优话务员数;Carolyn A. Farmer 等[7]通过排队理论研究了陆军驻军的集中人力资源服务系统,减少了客户的实际等待时间,寻求了满足服务需求的最佳解决方案;Akhil M Nair 等[8]使用了一个“M/G/1”模型,根据正态分布对服务时间进行校准。根据从 NSG-3 型火车站收集到的数据,对服务率进行了正态分布拟合,所得到的性能测量值与实测数据吻合较好。由此可见,不管是国内还是国外,排队理论都在众多生活和军事领域得到了广泛地应用。

2. 排队理论简介

排队论(queueing theory) [9]是研究排队系统的数学理论和方法,是运筹学的一个重要分支。在日常生活和军事活动中,人们会遇到各种各样的排队问题。尽管各种排队系统的具体形式不同,但都可以由图 1 加以描述。

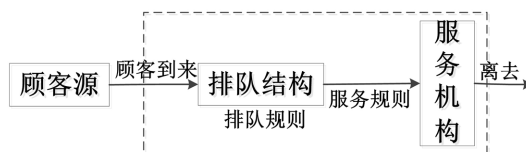


Figure 1. Queuing system model

图 1. 排队系统模型

在排队模型中,定义顾客的平均到达速率为 λ ,系统的平均服务速率为 μ 。这是计算排队系统数量指标的最重要的两个参数。为了方便众多模型描述,目前在排队理论中广泛采用“Kendall 记号”,其一般形式为:

其中，各记号及排队理论主要数量指标的含义如表 1 所示。

Table 1. Meaning of various symbols in queuing theory

表 1. 排队理论各记号含义

记号	含义	指标	含义
X	顾客相继到达时间间隔的分布	P_0	系统空闲的概率
Y	服务时间的分布	P_n	系统达到平衡时处于状态 n 的概率
Z	并联服务台的个数	L_q	队列中等待的平均顾客数
A	系统的容量	L_s	系统中的平均顾客数
B	顾客源的数目	W_q	队列中顾客等待时间的期望值
C	服务规则	W_s	系统中顾客逗留时间的期望值

排队理论的模型很多，如单服务台模型、多服务台模型、混合制模型等。本文仅介绍常用的几种排队模型。

2.1. 标准的 M/M/1/∞/∞模型

标准的 M/M/1/∞/∞模型排队系统满足如下假设：顾客源是无限的，顾客单个到来，相互独立，一定时间的到达数服从泊松分布，到达过程是平稳的；单队排队，队长没有限制，先到先服务；单服务台，各顾客的服务时间是相互独立的，服从相同的负指数分布。同时，假设到达时间和服务时间是相互独立的。其状态转移图如图 2 所示。

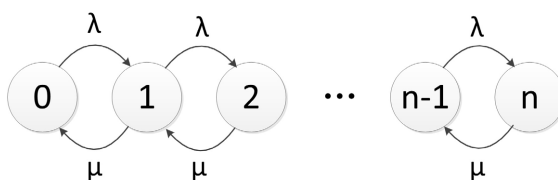


Figure 2. M/M/1/∞/∞ model state transition diagram
图 2. M/M/1/∞/∞模型状态转移图

由图 2 得到模型状态方程为

$$\begin{cases} \lambda_{n-1}P_{n-1} + \mu_{n+1}P_{n+1} = (\lambda_n + \mu_n)P_n \\ \sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1 \end{cases} \quad (1)$$

2.2. 标准的 M/M/c/∞/∞模型

标准的 M/M/c/∞/∞模型各种特征的假设与标准的 M/M/1/∞/∞模型的假设相同。另外假设各服务台工作是相互独立，平均服务率相同 $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_c = \mu$ 。于是整个服务机构的平均服务率：当 $n \geq c$ 为 $c\mu$ ；当 $n < c$ ，为 $n\mu$ 。 $\rho = \lambda/c\mu$ ，为系统的服务强度。其状态转移图如图 3 所示。

由图 3 得到模型状态方程为

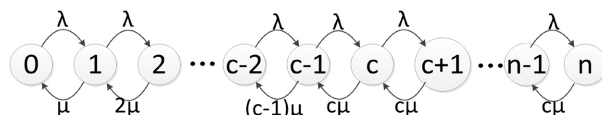


Figure 3. M/M/c/∞/∞ model state transition diagram

图 3. M/M/c/∞/∞模型状态转移图

$$\begin{aligned}
 \lambda P_0 &= \mu P_1 \\
 \lambda P_{n-1} + (n+1)\mu P_{n+1} &= (\lambda + n\mu)P_n, n < c \\
 \lambda P_{n-1} + c\mu P_{n+1} &= (\lambda + c\mu)P_n, n \geq c \\
 \sum_{n=0}^{\infty} P_n &= 1
 \end{aligned} \tag{2}$$

对各模型的状态方程进行求解，即可得到两种常用模型的排队指标，如表 2 所示。

Table 2. Number indicators of commonly used queuing models

表 2. 常用排队模型数量指标

	M/M/1/∞/∞	M/M/c/∞/∞
P_0	$1 - \rho$	$\left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k + \frac{1}{c!} \frac{1}{1-\rho} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \right]^{-1}$
P_n	$(1 - \rho)\rho^n$	$ \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 (n \leq c) \\ [c!(1-\rho)]^{-1} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 (n > c) \end{cases} $
L_q	$\frac{\rho\lambda}{\mu - \lambda}$	$\frac{(c\rho)^c \rho}{c!(1-\rho)^2} P_0$
L_s	$\frac{\lambda}{\mu - \lambda}$	$L_q + \frac{\lambda}{\mu}$
W_q	$\frac{\rho}{\mu - \lambda}$	$\frac{L_q}{\lambda}$
W_s	$\frac{1}{\mu - \lambda}$	$\frac{L_s}{\lambda}$

通过计算得出各指标的值，即为该队列的参数。尔后决策者可以根据这些数据进行优化，达到缩短排队长度或等候时间的目的。

3. 应用分析

通道使用问题是一类问题的统称。凡涉及到在某方向上以某种方式运输(通过)装备或人员的问题，都可以化为通道使用问题。潘成生[10]将船舶视为顾客，泊位视为服务系统，航道视为排队容器，运用排队理论，将“船舶-航道-泊位系统”简化为一个多服务窗等待的“M/M/c”模型。通过计算，分析了广州港伶仃航道南沙口以南航段的通过能力，提高航道的通航效率，保证了航行船舶的通航安全。邓跃等[11]考虑船舶通航安全和航道服务水平因素，构建了海港航道通过能力的排队论动态计算模型，并将其应用到天津港大港航道，得到了在当前船舶到达率情况下大港航道的通过能力以及大港航道的理论通过能力，为港区的规划建设、资源配置和航道的改扩建工程提供参考。潘新福等[12]通过分析车辆进入高速公路

路收费站时的交通流特性，对各区域驾驶行为进行分段分析，找出影响较大的路段，运用排队论研究方法，将通过收费站的车辆交通行为参数进行理论计算，以达到车辆高效通行为目的，得出收费站车道优化配置方案，提高车辆通过收费站的通行效率。

在军事领域，通道使用问题的研究相对较少，但应用却很广泛。比较常见的有泥泞道路通过问题、门桥漕渡问题、障碍场中通路使用问题。在这些问题中，装备或人员的到达率 λ 可通过行军速度求出，通过率 μ 可根据通路或江河的长(宽)度除以装备人员行进的速度求得。此时，问题转化为单通路或多通路的“M/M/1/∞/∞”或“M/M/c/∞/∞”问题。用排队理论进行求解，可以得出排队长度及排队时间，为指挥员定下通过决心、指挥部队机动提供定量依据。

在某次演习中，我进攻部队分主攻方向、助攻方向，同时向敌阵地发起进攻。已知主攻兵力与助攻兵力之比为 3:1，部队成一路纵队，以速度 15 km/h、间距 500 米组织机动。我工兵分队按上级要求指示，已在敌前沿阵地开辟坦克通路 8 条，纵深 1.5 公里，通道中通行速度为 10 km/h¹。为方便建立模型，现做如下假设：

- 1) 8 条通路宽度相同，平均分布在进攻正面；
- 2) 进攻部队的到达率满足泊松分布；
- 3) 通路数量的分配比与兵力之比相同。

为了以最高效率通过敌障碍区，部队指挥员应定下决心：这 8 条通路应如何分配使用？部队该如何部署？从条件可以看出，当部队集中配置时，通路使用的排队模型符合“M/M/c/∞/∞”模型；当部队分散配置时，通路使用的排队模型符合“M/M/1/∞/∞”模型。结合兵力使用的原则，各方向的通路分配方案见表 3。

Table 3. Channel allocation plan table
表 3. 通路分配方案表

	主攻	助攻
方案一	分队统一集结，依次使用 6 条通路	分队统一集结，依次使用 2 条通路
方案二	分队分两部分集结，每部分使用 3 条通路	分队分散至各通路，分别通过
方案三	分队分散至各通路，分别通过	

由给定的速度可知，部队每小时平均到达率 λ 等于 30，通路每小时的通行能力 μ 等于 6.67。由服务强度的计算公式 $\rho = \lambda/c\mu$ 可知，当选择方案一时，分队统一集结，此时 $\lambda = 30$ ；依次使用 6 条通路，此时 $\mu = 6.67$ ， $c = 6$ ，故 $\rho = 30/40 = 0.75$ 。同理可求得不同方案的 ρ 值，如表 4 所示。

Table 4. Traffic intensity of each scheme
表 4. 各方案通行强度

	主攻方向			助攻方向	
	方案一	方案二	方案三	方案一	方案二
λ	30	15	5	10	5
μ	40	20	6.67	13.33	6.67
ρ	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75

¹此处数据为假设数据，仅用于理论计算，无任何实际意义。

根据集中配置和分散配置的相关公式，可分别求出两种排队模型的基本数量指标，结果见表 5。

Table 5. Channel allocation quantity indicator

表 5. 通路分配数量指标

指标	主攻方向			助攻方向	
	方案一	方案二	方案三	方案一	方案二
P_0	0.91	1.3	25	14.3	25
L_q	1.26	0.3	2.25	1.93	2.25
L_s	5.76	4.8	3	3.43	3
W_q	0.042	0.01	0.45	0.193	0.45
W_s	0.192	0.16	0.6	0.343	0.6

根据计算结果，对比各项基本数量指标，可以得出各方案的优劣。对主攻方向而言，方案一的平均等待通过时间 W_q 和平均通过时间 W_s 明显小于方案二和方案三，这意味着采用方案一的话，主攻部队能以最短的时间通过敌障碍区，向敌纵深发起进攻。但此时进攻部队大规模集中，易被敌侦察和歼灭；方案二的等待通过坦克数量 L_q 是最小的，这意味着其排队长度最短，暴露症候最小。这在“发现即摧毁”的战场上，显得尤为重要；而方案三在通道中的平均坦克数量 L_s 上占有优势，这可以减小我进攻部队在敌障碍中被毁伤的概率。但其通过障碍区的时间最长，不利于我实现快速进攻的目的。因此在主攻方向的方案选择上，指挥员不能只考虑某一指标，而要结合敌情、我情及自然环境进行综合考量。综合来看，方案二的各指标均处于一个平衡的位置，其通过时间、排队长度等关键指标既不激进、也不保守，相对来说，是一个更成熟的方案。而对助攻方向而言，方案一在各方面都具有优势，因此最优选择是将分队统一集结，依次使用 2 条通路。

综上，当可通路数量较少时，应使部队集中，依次使用通路通过敌障碍区；而当可使用通路数量较多时，为避免部队大规模集结造成的减员，应将部队分几个部分疏散配置，各部分再分别使用若干通路，这样可使通过效率最大化。

4. 结论与展望

为了提高进攻部队通过敌障碍区的效率，同时减少部队在等待过程中的伤亡，运用排队论建立了通路使用的不同模型，通过计算时间和长度等基本数量指标，确定最优的通路使用方案，为指挥员定下决心、指挥部队提供了科学的依据。然而在实际作战中，战场环境、敌情我情瞬息万变。现地地形、通路数量、行军速度、部队总量等实际情况，均可能对方案的选择产生影响。指挥员应根据战场实际情况的变化，灵活地做出选择，这样才能取得战争的最后胜利。

参考文献

- [1] 黄飞, 曹亚. 排队论在局域网规划设计中的应用分析[J]. 网络安全技术与应用, 2022(10): 10-12.
- [2] 宋振之, 韩道文, 吴中伟, 等. 基于排队论的光电对抗系统作战效能模型[J]. 火力与指挥控制, 2022, 47(9): 180-184.
- [3] 高志刚, 刘艳彬, 陈长远, 等. 基于排队论的反无人机集群武器部署优化方法[J]. 装备环境工程, 2022, 19(6): 68-74.
- [4] 郭喆. 基于排队论的战术通信混合接入方法[J]. 电讯技术, 2021, 61(1): 58-62.

- [5] Blesa Maria, J. and Antonio, F.A. (2021) Maria Serna's Contributions to Adversarial Queuing Theory. *Computer Science Review*, **39**, 48. <https://doi.org/10.1016/j.cosrev.2020.100348>
- [6] Afolalu, S.A., Ikumapayi, O.M., Abdulkareem, A., *et al.* (2021) A Short Review on Queuing Theory as a Deterministic Tool in Sustainable Telecommunication System. *Materials Today: Proceedings*, **44**, 2884-2888. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.01.092>
- [7] Farmer, C.A., Roop, B. and Shumate, M.B. (2018) An Analysis of a U.S. Army Garrison's Centralized Human Resources Customer Queuing Process and Recommended Tools for Improvement. Naval Postgraduate School.
- [8] Nair, A.M, Sreelatha, K.S and Ushakumari, P.V. (2021) Application of Queuing Theory to a Railway Ticket Window. 2021 *International Conference on Innovative Practices in Technology and Management*, Noida, 17-19 February 2021, 154-158. <https://doi.org/10.1109/ICIPTM52218.2021.9388368>
- [9] 胡运权, 郭耀煌. 运筹学教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2018.
- [10] 潘成生. 基于排队论的广州港伶仃航道南沙口以南航段通过能力计算[J]. 广州航海学院学报, 2021, 29(3): 15-19.
- [11] 邓跃, 赵景丽, 曹英志, 等. 天津港大港航道通过能力建模及应用[J]. 中国水运, 2023, 23(10): 31-35.
- [12] 潘新福, 范欣炜, 严欣. 高速公路收费站车道优化配置智慧管控策略[J]. 时代汽车, 2023(22): 13-15.