

# 比特率受限情形下基于编解码机制的跟踪控制

李 桓

上海理工大学理学院, 上海

收稿日期: 2024年4月18日; 录用日期: 2024年5月17日; 发布日期: 2024年5月31日

## 摘 要

本文研究了编码解码方案影响下一类线性离散网络的跟踪控制器的设计问题。在设计解码方案时, 考虑了比特率约束, 使研究更具挑战性, 并揭示了比特率约束对解码精度的影响。设计一个跟踪控制器, 利用Lyapunov泛函方法和矩阵不等式技术获得编码数据可恢复性和闭环系统输入到状态稳定的充分条件。最后, 通过一个仿真实例验证所开发的跟踪控制方案的有效性。

## 关键词

跟踪控制, 编解码机制, 比特率约束

# Encoding and Decoding Mechanism for Tracking Control in Bit Rate Constrained Scenarios

Huan Li

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Apr. 18<sup>th</sup>, 2024; accepted: May 17<sup>th</sup>, 2024; published: May 31<sup>st</sup>, 2024

---

## Abstract

This paper investigates the design problem of tracking controllers for a class of linear discrete networks under the influence of coding and decoding schemes. Bit rate constraints are considered in the design of the decoding scheme to make the study more challenging and to reveal the impact of bit rate constraints on the decoding accuracy. A tracking controller is designed to obtain sufficient conditions for the recoverability of the coded data and the input-to-state stability of the closed-loop system using the Lyapunov generalized method and matrix inequality techniques. Finally, the effectiveness of the developed tracking control scheme is verified by a simulation example.

## Keywords

Tracking Control, Encoding-Decoding Mechanisms, Bit Rate Constraint

---

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

作为控制理论中的一个基本问题，跟踪控制近年来备受关注，这主要是由于它在飞机、无人驾驶汽车、移动机器人和航天器等实际系统中的广泛应用 [1–5]。在一般情况下，跟踪控制可包括轨迹跟踪、输出跟踪控制、目标跟踪控制、战斗跟踪控制等。作为跟踪控制的一个重要分支，输出跟踪控制旨在使控制输出在控制器的作用下无限接近给定模型的参考信号，也称为模型参考控制。近来，人们对输出跟踪控制的研究日益重视，在这一研究课题上取得了重大成果 [6–18]。

编解码机制在缓解网络通讯负担，提高数据传输的安全性和可靠性方面具有很大优势，可以在一定程度上减轻网络攻击对系统的影响，因此，编解码机制已经引起了大量的研究关注，一些关于编解码控制/滤波的开创性工作已经发表在 [19–22]。在网络信息传输过程中，传感器的信号在传输前通常要经过采样、量化和编码三个步骤，然后对接收信号进行解码，完成编解码过程。因此，编解码机制不仅能提高数据的可靠性，在一定程度上保证用户信息的安全性，还能提高网络资源的利用率 [23–27]。

目前, 基于解码器的控制主要有基于信息的方法 [28]和定量方法 [29]。定量方法的主要目的是保证解码误差的收敛性或边界性, 设计出合适的编解码机制。在过去的一段时间里, 编解码机制在相应的分析和综合问题上得到了一些初步研究。Wang L 等人设计了一种合适的编解码机制, 基于每个节点应用有效的控制协议, 确保闭环网络能达到预期性能 [30]。多描述编码方案可以减少丢包现象, 提高数据的可靠性, 因此受到广泛关注 [31]。由于解码过程是将传感器接收到的数据转化为类似于量化的数据, 因此编解码机制或多或少会导致数据失真。为了避免编解码机制造成的数据失真, 各种提高解码精度的编解码机制逐渐受到广泛关注。解码精度主要取决于网络带宽, 而网络带宽的关键指标是比特率, 比特率的提高会提高解码精度。但在实际应用中, 比特率总会受到各种因素的限制, 因此在设计编解码机制时考虑比特率约束具有重要的理论和现实意义。近年来, 约束比特率下的编解码机制也在多个领域得到了应用。Zhao D 等人研究了一类多速率网络系统的比例积分观测器设计问题, 在此基础上考虑了受比特率约束的编解码机制 [32]。Li J Y 等人研究了一类线性系统的分布式滤波问题, 在此基础上考虑了受比特率约束和有界噪声影响的编解码机制 [33]。Li J Y 等人研究了一类离散时间复杂动态网络的同步控制, 并考虑了受比特率约束的编解码机制 [34]。Li J Y 等人研究了一类基于部分节点的离散时间复杂网络状态估计问题, 在此基础上考虑了约束比特率和有界噪声。然而, 很少有研究将受比特率约束的编解码机制应用于跟踪控制领域 [35]。

## 2. 问题的提出和预想

### 2.1. 系统模型

考虑以下模型描述的离散时间系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ew(k) \\ y(k) = Cx(k) \\ z(k) = Gx(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $x(k) \in \mathbb{R}^{d_x}$  代表系统状态,  $u(k) \in \mathbb{R}^{d_u}$  代表被控输入,  $y(k) \in \mathbb{R}^{d_y}$  代表测量输出,  $z(k) \in \mathbb{R}^{d_z}$  代表被控输出,  $w(k) \in \mathbb{R}^{d_w}$  代表满足以下条件的外部扰动输入:

$$w^T(k)w(k) \leq \bar{w} \quad (2)$$

其中,  $\bar{w} > 0$  为已知标量,  $A, B, C, E,$  和  $G$  是具有适当维度的实常矩阵。

**假设2.1.** (1)中的测量矩阵  $C$  是全行满秩的, 即

$$\text{rank}\{C\} = d_y. \quad (3)$$

## 2.2. 比特率约束下的编码解码方案

在本研究中, 编码信息在比特率限制下通过共享通信网络在 $lk_c$ 时刻传输, 其中 $k_c$ 是给定的编码间隔,  $l = 1, 2, \dots$ , 本文提出了以下均匀量化器来改进编码解码过程。对于给定的尺度参数 $q > 0$ , 确定量化区域方法如下

$$\mathbb{D}_q = \{\boldsymbol{\iota}_y \in \mathbb{R}^{d_y} : \|\boldsymbol{\iota}_y\|_\infty \leq q\}.$$

选择一个整数 $\eta$ 作为量化级数, 超矩形 $\mathbb{D}_q$ 将被划分为 $\eta^{d_y}$ 子超矩形 $D_{m_1}^1(q) \times D_{m_2}^2(q) \times \dots \times D_{m_{d_y}}^{d_y}(q)$ , 其中 $m_1, m_2, \dots, m_{d_y} \in \mathfrak{D} \triangleq \{1, 2, \dots, \eta\}$ 并且

$$\begin{aligned} D_1^i(q) &\triangleq \{\iota_y^{(i)} \mid -q \leq \iota_y^{(i)} < -q + \frac{2q}{\eta}\} \\ D_2^i(q) &\triangleq \{\iota_y^{(i)} \mid -q + \frac{2q}{\eta} \leq \iota_y^{(i)} < -q + \frac{4q}{\eta}\} \\ &\vdots \\ D_\eta^i(q) &\triangleq \{\iota_y^{(i)} \mid q - \frac{2q}{\eta} \leq \iota_y^{(i)} < q\} \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\iota_y^{(i)}$  是向量 $\boldsymbol{\iota}_y$ 的第 $i$ 个元素。在实际应用中, 比特率总是受到各种限制。因此, 考虑受比特率约束的编解码方案具有重要的理论和实践意义。在约束比特率下, 最大量化级数表示为

$$\bar{\eta} = \lfloor \sqrt[d_y]{2^R} \rfloor \quad (5)$$

其中,  $R$  表示由物理设备决定的可用比特率。

对于每一个 $\mathbb{D}_q$ , 超矩阵 $D_{m_1}^1(q) \times D_{m_2}^2(q) \times \dots \times D_{m_{d_y}}^{d_y}(q)$ 的中心表示为

$$\rho(m_1, m_2, \dots, m_{d_y}) \triangleq \begin{bmatrix} -q + \frac{(2m_1-1)q}{d_y \sqrt[d_y]{2^R}} \\ -q + \frac{(2m_2-1)q}{d_y \sqrt[d_y]{2^R}} \\ \vdots \\ -q + \frac{(2m_{d_y}-1)q}{d_y \sqrt[d_y]{2^R}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

因此, 对于 $\mathbb{D}_q$ 中的任意 $\boldsymbol{\iota}_y$ , 存在一组整数 $m_1, m_2, \dots, m_{d_y} \in \mathfrak{D}$ 使得 $\boldsymbol{\iota}_y \in D_{m_1}^1(q) \times D_{m_2}^2(q) \times \dots \times D_{m_{d_y}}^{d_y}(q)$ , 满足下面不等式:

$$\|\boldsymbol{\iota}_y - \rho(m_1, m_2, \dots, m_{d_y})\|_2 \leq \frac{\sqrt{d_y}q}{\lfloor \sqrt[d_y]{2^R} \rfloor}. \quad (7)$$

这里, 整数 $m_1, m_2, \dots, m_{d_y}$ 是编码过程中的码字的分量。

根据目前所做的准备工作, 现将编码器设计如下。

对于 $\boldsymbol{\iota}_y(lk_c) \triangleq \boldsymbol{y}(lk_c) - \hat{\boldsymbol{y}}(lk_c) \in D_{m_1}^1(q(lk_c)) \times D_{m_2}^2(q(lk_c)) \times \dots \times D_{m_{d_y}}^{d_y}(q(lk_c)) \subset \mathbb{D}_{q(lk_c)}$ , 编

码器会生成以下编码:

$$j(lk_c) = [m_1, m_2, \dots, m_{d_y}] \quad (8)$$

其中,  $\dot{y}(lk_c)$ 是由以下因素决定

$$\begin{cases} \dot{y}(k) = \dot{y}(k), & k \neq lk_c \\ \dot{y}(k) = \dot{y}(lk_c - 1) \\ \dot{y}(0) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$\dot{y}(k)$ 受以下条件支配

$$\begin{cases} \dot{y}(lk_c) = \dot{y}(lk_c) + \rho(m_1, m_2, \dots, m_{d_y}) \\ \dot{y}(k+1) = \dot{y}(k), & k \neq lk_c - 1 \\ \dot{y}(0) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

解码器的构造如下

$$\begin{cases} \bar{y}(lk_c) = \dot{y}(lk_c) + \rho(m_1, m_2, \dots, m_{d_y}) \\ \bar{y}(k+1) = \bar{y}(k), & k \neq lk_c - 1 \\ \bar{y}(0) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

### 2.3. 跟踪控制器

在本章中, 我们希望为系统(1)设计一个跟踪控制器, 以跟踪以下系统的控制输出信号:

$$\begin{cases} \phi(k+1) = N\phi(k) + F\bar{y}(k) \\ \phi(0) = 0 \\ \check{y}(k) = J\phi(k) \\ \check{z}(k) = G\phi(k) \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $\phi(k) \in \mathbb{R}^{d_x}$ 表示参考系统状态,  $\check{y}(k) \in \mathbb{R}^{d_y}$ 表示参考系统测量输出,  $\check{z} \in \mathbb{R}^{d_z}$ 表示参考系统被控输出,  $N$ ,  $F$ 和 $J$ 是具有兼容维数的已知矩阵。此外, 控制器结构如下:

$$u(k) = L_x y(k) + L_\phi \check{y}(k) \quad (13)$$

其中,  $L_x$ 和 $L_\phi$ 为待确定的控制器增益。

定义状态跟踪误差 $\tilde{x}(k) \triangleq x(k) - \phi(k)$ 和被控输出跟踪误差 $\tilde{z}(k) \triangleq z(k) - \check{z}(k)$ , 根据(1)和(12), 得出以下跟踪误差动态:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = A\tilde{x}(k) + Bu(k) + (A - N)\phi(k) + Ew(k) - F\bar{y}(k) \\ \tilde{z}(k) = G\tilde{x}(k) \end{cases} \quad (14)$$

令  $\epsilon(k) \triangleq y(k) - \bar{y}(k)$ , 从(1), (12)和(14), 得到以下闭环系统:

$$\begin{cases} \vartheta(k+1) = A\vartheta(k) + B\epsilon(k) + Ew(k) \\ \vartheta(0) = \chi(0) \\ \tilde{z}(k) = G\vartheta(k) \end{cases} \quad (15)$$

其中,  $\chi(0)$ 是初始状态, 并且

$$\begin{aligned} A &\triangleq A^{[1]} + A^{[2]}, \quad A^{[1]} \triangleq \begin{bmatrix} A - FC & A - N - FC \\ FC & N + FC \end{bmatrix}, \\ A^{[2]} &\triangleq \begin{bmatrix} BL_x C & BL_x C + BL_\phi J \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E \triangleq \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B \triangleq \begin{bmatrix} F \\ -F \end{bmatrix}, \\ G &\triangleq \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vartheta(k) \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{x}^T(k) & \phi^T(k) \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

## 2.4. 主要研究问题

**定义2.1.** 如果存在一个  $\mathcal{FK}$ 级函数  $\alpha(\cdot, \cdot)$  和一个  $\mathcal{F}$ 级函数  $\beta(\cdot)$ , 使得系统动力学  $\vartheta(k)$  满足以下条件, 那么闭环系统(15)可以说是输入到状态稳定的。

$$\|\vartheta(k)\|_2^2 \leq \alpha \|\chi(0)\|_2^2 + \beta(\|w(k)\|_\infty^2), \quad \forall k \geq 0. \quad (16)$$

**定义2.2.** 如果解码误差  $\epsilon(k)$  满足以下条件, 则称编码数据可从受比特率约束的编解码方案中恢复。

$$\|\epsilon(k)\|_2 \leq \gamma \quad (17)$$

其中,  $\gamma$  是一个常数, 代表可容忍的失真水平。

本章旨在强调编解码方案下系统(1) 的跟踪控制问题。本章的目标是开发一种高效的编解码程序和跟踪控制器, 从而实现: 1) 编码数据在受限比特率下可恢复; 2) 闭环系统的输入到状态稳定。

## 3. 主要结论

本节给出了一个充分条件来证明解码数据的可恢复性和闭环系统(15)的输入到状态稳定性。

### 3.1. 可恢复性分析

本小节给出了证明编码数据可恢复性的充分条件。

在分析编码数据的可恢复性之前, 我们首先引入以下定理来描述测量输出  $y(k)$  的动态特性。

**引理3.1.** 对于给定的全行满秩矩阵  $C \in \mathbb{R}^{d_y \times d_x}$ , 存在两个正交矩阵  $H \in \mathbb{R}^{d_y \times d_y}$  和  $K \in \mathbb{R}^{d_x \times d_x}$ , 使得

$$C = HC_1K^T \quad (18)$$

其中,  $\varepsilon_i > 0 (i = 1, 2, \dots, d_y)$  是  $C$  的奇异值

$$C_1 \triangleq \begin{bmatrix} C_2 & \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} \end{bmatrix}, \quad C_2 \triangleq \text{diag}\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{d_y}\}.$$

**引理3.2.** 对于给定矩阵  $A \in \mathbb{R}^{d_x \times d_x}$  和全行满秩矩阵  $C \in \mathbb{R}^{d_y \times d_x}$ , 如果

$$K_1^T AK_2 = \mathbf{0} \quad (19)$$

其中  $K \triangleq \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}$ ,  $F_1 \in \mathbb{R}^{d_x \times d_y}$  和  $F_2 \in \mathbb{R}^{d_x \times (d_x - d_y)}$ , 则存在一个矩阵

$$Q \triangleq HC_2K_1^T AK_1 (HC_2)^{-1} \in \mathbb{R}^{d_y \times d_y} \quad (20)$$

以致

$$CA = QC. \quad (21)$$

证明: 根据第一个引理, 可以得到

$$\begin{aligned} QCK &= QHC_1K^T K \\ &= QH \begin{bmatrix} C_2 & \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} \end{bmatrix} K^T K \\ &= \begin{bmatrix} QHC_2 & \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

和

$$\begin{aligned} CAK &= HC_1K^T AK \\ &= H \begin{bmatrix} C_2 & \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} \end{bmatrix} K^T AK \\ &= \begin{bmatrix} HC_2 & \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} \end{bmatrix} K^T AK. \end{aligned} \quad (23)$$

基于(19)中的  $K^T AK$  项可以计算为

$$\begin{aligned} K^T AK &= \begin{bmatrix} K_1^T AK_1 & K_1^T AK_2 \\ K_2^T AK_1 & K_2^T AK_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} K_1^T AK_1 & \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} \\ \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} & K_2^T AK_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (24)$$

将(19)代入(23)得到

$$CAK = \begin{bmatrix} HC_2K_1^T AK_1 & \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} \end{bmatrix} K^T AK. \quad (25)$$

此外, 将(20)代入(22), 结果是

$$\begin{aligned} QCK &= QH \begin{bmatrix} C_2 & \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} \end{bmatrix} K^T K \\ &= \begin{bmatrix} HC_2K_1^T AK_1 & \mathbf{0}_{d_y \times (d_x - d_y)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

这意味着

$$CAK = QCK. \quad (27)$$

注意到 $K$ 是可逆的, 可以从(25)得出结论(21), 证明结束。

**引理3.3.** 测量输出 $y(k)$ 的动态变化如下:

$$y(k) = Qy(k) + Ju(k) + Gw(k) \quad (28)$$

其中,

$$J \triangleq CB, \quad G \triangleq CE.$$

证明: 从(1)和(21)得到

$$\begin{aligned} y(k+1) &= Cx(k+1) \\ &= CAx(k) + CBu(k) + CEw(k) \\ &= QCx(k) + Ju(k) + Gw(k) \\ &= Qy(k) + Ju(k) + Gw(k) \end{aligned} \quad (29)$$

这就完成了证明。

接下来, 我们通过下面的定理来讨论编码数据的可恢复性。

**定理3.1.** 如果满足以下不等式, 则编码数据是可恢复的。

$$\frac{\sqrt{d_y}q}{\lfloor \sqrt[2R]{2} \rfloor} \leq \gamma \quad (30)$$

证明: 根据 $\epsilon(k)$ 和 $l_y$ 的定义, 不等式(7)和(11), 可以得到

$$\|\epsilon(k)\|_2 = \|y(k) - \bar{y}(k)\|_2$$



$$\begin{aligned}
&\leq \|y(k) - \hat{y}(k) - \rho(m_1, m_2, \dots, m_{d_y})\|_2 \\
&= \|L_y - \rho(m_1, m_2, \dots, m_{d_y})\|_2 \\
&\leq \frac{\sqrt{d_y}q}{\lfloor \frac{d_y}{\sqrt{2^R}} \rfloor} \leq \gamma
\end{aligned} \tag{31}$$

因此, 可以说编码数据可以从受比特率约束的编解码方案中恢复。证明完毕。

### 3.2. 有界性分析

本小节提出了一个充分条件, 在此条件下, 闭环系统(15)可以说是输入到状态稳定的。

**定理3.2.** 假设控制器增益矩阵 $L_x$ 和 $L_\phi$ 已给定。如果存在正定矩阵 $\mathcal{W}$ , 以及正标量 $\kappa_1$ 、 $\kappa_2$ 和 $\kappa_3$ , 且满足以下条件

$$\Xi_{[1]} \triangleq \begin{bmatrix} \Xi_{[1]}^{[11]} & * & * & * \\ 0 & \Xi_{[1]}^{[22]} & * & * \\ 0 & 0 & \Xi_{[1]}^{[33]} & * \\ \Xi_{[1]}^{[41]} & \Xi_{[1]}^{[42]} & \Xi_{[1]}^{[43]} & \Xi_{[1]}^{[44]} \end{bmatrix} < 0 \tag{32}$$

其中,

$$\begin{aligned}
\Xi_{[1]}^{[11]} &\triangleq (\kappa_1 - 1)\mathcal{W}, \quad \Xi_{[1]}^{[22]} \triangleq -\kappa_2 I, \quad \Xi_{[1]}^{[33]} \triangleq -\kappa_3 I, \\
\Xi_{[1]}^{[44]} &\triangleq -\mathcal{W}^{-1}, \quad \Xi_{[1]}^{[41]} \triangleq A, \quad \Xi_{[1]}^{[42]} \triangleq B, \quad \Xi_{[1]}^{[43]} \triangleq E.
\end{aligned}$$

那么, 根据(16)可得闭环系统(15)被称为输入到状态稳定。

证明: 下面是Lyapunov泛函的构造过程:

$$V(\vartheta(k)) = \vartheta^T(k)\mathcal{W}\vartheta(k) \tag{33}$$

然后,  $V(\vartheta(k))$ 的差分计算如下:

$$\begin{aligned}
&\Delta V(\vartheta(k)) \\
&= V(\vartheta(k+1)) - V(\vartheta(k)) \\
&= \vartheta^T(k+1)\mathcal{W}\vartheta(k+1) - \vartheta^T(k)\mathcal{W}\vartheta(k) \\
&= \left( A\vartheta(k) + B\epsilon(k) + Ew(k) \right)^T \mathcal{W} \left( A\vartheta(k) + B\epsilon(k) + Ew(k) \right) - \vartheta^T(k)\mathcal{W}\vartheta(k) \\
&= \vartheta^T(k)(A^T\mathcal{W}A - \mathcal{W})\vartheta(k) + \epsilon^T(k)B^T\mathcal{W}B\epsilon(k) + w^T(k)E^T\mathcal{W}Ew(k) \\
&\quad + 2\vartheta^T(k)A^T\mathcal{W}B\epsilon(k) + 2\vartheta^T(k)A^T\mathcal{W}Ew(k) + 2\epsilon^T(k)B^T\mathcal{W}Ew(k)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \vartheta^T(k) \left( A^T \mathcal{W} A - \mathcal{W} + \kappa_1 \mathcal{W} \right) \vartheta(k) + \epsilon^T(k) (B^T \mathcal{W} B - \kappa_2) \epsilon(k) + w^T(k) \\
&\quad \times (E^T \mathcal{W} E - \kappa_3) w(k) + 2\vartheta^T(k) A^T \mathcal{W} B \epsilon(k) + 2\vartheta^T(k) A^T \mathcal{W} E w(k) \\
&\quad + 2\epsilon^T(k) B^T \mathcal{W} E w(k) - \kappa_1 V(\vartheta(k)) + \kappa_2 \epsilon^T(k) \epsilon(k) + \kappa_3 w^T(k) w(k) \\
&= \mathfrak{S}_{[1]}^T(k) \Xi_{[2]} \mathfrak{S}_{[1]}(k) - \kappa_1 V(\vartheta(k)) + \kappa_2 \epsilon^T(k) \epsilon(k) + \kappa_3 w^T(k) w(k)
\end{aligned} \tag{34}$$

其中,

$$\Xi_{[2]} \triangleq \begin{bmatrix} \Xi_{[2]}^{[11]} & * & * \\ \Xi_{[2]}^{[21]} & \Xi_{[2]}^{[22]} & * \\ \Xi_{[2]}^{[31]} & \Xi_{[2]}^{[32]} & \Xi_{[2]}^{[33]} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{S}_{[1]}(k) &\triangleq [\vartheta^T(k) \ \epsilon^T(k) \ w^T(k)]^T, \quad \mathfrak{N}_{[2]}^{[11]} \triangleq A^T \mathcal{W} A - \mathcal{W} + \kappa_1 \mathcal{W}, \\
\mathfrak{N}_{[2]}^{[22]} &\triangleq B^T \mathcal{W} B - \kappa_2, \quad \mathfrak{N}_{[2]}^{[33]} \triangleq E^T \mathcal{W} E - \kappa_3, \\
\mathfrak{N}_{[2]}^{[21]} &\triangleq B^T \mathcal{W} A, \quad \mathfrak{N}_{[2]}^{[31]} \triangleq E^T \mathcal{W} A, \quad \mathfrak{N}_{[2]}^{[32]} \triangleq E^T \mathcal{W} B.
\end{aligned}$$

考虑(31), 可以得到

$$\begin{aligned}
&\mathfrak{b}V(\vartheta(k)) \\
&\leq \mathfrak{S}_{[1]}^T(k) \Xi_{[2]} \mathfrak{S}_{[1]}(k) - \kappa_1 V(\vartheta(k)) + \kappa_2 \epsilon^T(k) \epsilon(k) + \kappa_3 w^T(k) w(k) \\
&\leq \mathfrak{S}_{[1]}^T(k) \Xi_{[2]} \mathfrak{S}_{[1]}(k) - \kappa_1 V(\vartheta(k)) + \kappa_2 \frac{\sqrt{d_y} q^2}{[\frac{d_y}{\sqrt{2R}}]^2} + \kappa_3 w^T(k) w(k) \\
&\leq \mathfrak{S}_{[1]}^T(k) \Xi_{[2]} \mathfrak{S}_{[1]}(k) - \kappa_1 V(\vartheta(k)) + \kappa_2 \frac{\sqrt{d_y} q^2}{[\frac{d_y}{\sqrt{2R}}]^2} + \kappa_3 \|w(k)\|_\infty^2
\end{aligned} \tag{35}$$

由于  $\kappa_2 \frac{\sqrt{d_y} q^2}{[\frac{d_y}{\sqrt{2R}}]^2}$  是一个正实数,  $w(k)$  是一个参数有界噪声, 因此, 存在一个正实数  $\lambda$  使得  $\lambda \kappa_2 \frac{\sqrt{d_y} q^2}{[\frac{d_y}{\sqrt{2R}}]^2} \leq \|w(k)\|_\infty^2$ , 那么

$$\begin{aligned}
&\mathfrak{b}V(\vartheta(k)) \\
&\leq -\kappa_1 V(\vartheta(k)) + \left( \kappa_3 + \frac{1}{\lambda \kappa_2} \right) \|w(k)\|_\infty^2 + \mathfrak{S}_{[1]}^T(k) \Xi_{[2]} \mathfrak{S}_{[1]}(k)
\end{aligned} \tag{36}$$

根据Schur补引理, 可以从(32)得到  $\Xi_{[2]} < 0$ , 所以

$$\begin{aligned}
&\mathfrak{b}V(\vartheta(k)) \\
&\leq -\kappa_1 V(\vartheta(k)) - \varphi \|\vartheta(k)\|_2^2 + \left( \kappa_3 + \frac{1}{\lambda \kappa_2} \right) \|w(k)\|_\infty^2
\end{aligned} \tag{37}$$

其中,

$$\varphi = \lambda_{\min}(-\Xi_{[2]}).$$

根据 $V(\vartheta(k))$ 的定义, 我们能得到

$$V(\vartheta(k)) \leq \lambda_{\max}(\mathcal{W}) \|\vartheta(k)\|_2^2 \quad (38)$$

那么,

$$\begin{aligned} & \flat V(\vartheta(k)) \\ & \leq -(\kappa_1 \lambda_{\max}(\mathcal{W}) + \varphi) \|\vartheta(k)\|_2^2 + (\kappa_3 + \frac{1}{\lambda \kappa_2}) \|w(k)\|_\infty^2 \end{aligned} \quad (39)$$

由于(38)和(39)对于任意的 $\delta > 1$ , 能得到

$$\begin{aligned} & \delta^{k+1} V(\vartheta(k+1)) - \delta^k V(\vartheta(k)) \\ & = \delta^{k+1} (V(\vartheta(k+1)) - V(\vartheta(k))) + \delta^{k+1} V(\vartheta(k)) - \delta^k V(\vartheta(k)) \\ & \leq \delta^{k+1} \left( -(\kappa_1 \lambda_{\max}(\mathcal{W}) + \varphi) \|\vartheta(k)\|_2^2 + (\kappa_2 + \frac{1}{\lambda \kappa_1}) \|w(k)\|_\infty^2 \right) \\ & \quad + \delta^k (\delta - 1) (\lambda_{\max}(\mathcal{W}) \|\vartheta(k)\|_2^2) \\ & \leq \delta^k \theta(\delta) \|\vartheta(k)\|_2^2 + \delta^{k+1} \mu \|w(k)\|_\infty^2 \end{aligned} \quad (40)$$

其中,

$$\theta(\delta) = (\delta - 1) \lambda_{\max}(\mathcal{W}) - \delta (\kappa_1 \lambda_{\max}(\mathcal{W}) + \varphi), \quad \mu = \kappa_3 + \frac{1}{\lambda \kappa_2}.$$

对(40)的两边对 $k$ 从0到 $\xi - 1$ 求和, 我们能得到

$$\begin{aligned} & \delta^\xi V(\vartheta(\xi)) - \delta^0 V(\vartheta(0)) \\ & \leq \theta(\delta) \sum_{k=0}^{\xi-1} \delta^k \|\vartheta(k)\|_2^2 + \frac{\delta(1 - \delta^\xi)}{1 - \delta} \mu \|w(k)\|_\infty^2 \end{aligned} \quad (41)$$

从 $\theta(1) = -\varphi - \kappa_1 \lambda_{\max}(\mathcal{W}) < 0$  和  $\lim_{\delta \rightarrow \infty} \theta(\delta) = +\infty$  可以得到存在一个标量 $\nu > 1$ 使得 $\theta(\nu) = 0$ . 那么,

$$\begin{aligned} & \nu^\xi V(\vartheta(\xi)) - V(\vartheta(0)) \\ & \leq \frac{\nu(1 - \nu^\xi)}{1 - \nu} \mu \|w(k)\|_\infty^2 \end{aligned} \quad (42)$$

从 $V(\vartheta(k))$ 的定义得到

$$V(\vartheta(0)) \leq \lambda_{\max}(\mathcal{W}) \|\chi(0)\|_2^2 \quad (43)$$

和

$$\nu^\xi V(\vartheta(\xi)) \geq \lambda_{\min}(\mathcal{W}) \nu^\xi \|\vartheta(\xi)\|_2^2 \quad (44)$$

那么,

$$\|\vartheta(\xi)\|_2^2 \leq \nu^{-\xi} \|\chi(0)\|_2^2 + \frac{\nu(1-\nu^\xi)}{\lambda_{\min}(\mathcal{W})\nu^\xi(1-\nu)} \mu \|w(k)\|_\infty^2 \quad (45)$$

令 $\beta(\xi) = \frac{\nu(1-\nu^\xi)}{\lambda_{\min}(\mathcal{W})\nu^\xi(1-\nu)} \mu$ , 因此

$$\beta = \lim_{\xi \rightarrow +\infty} \beta(\xi) \triangleq \frac{\nu\mu}{\lambda_{\min}(\mathcal{W})(\nu-1)}.$$

可以得到

$$\|\vartheta(\xi)\|_2^2 \leq \alpha \|\chi(0)\|_2^2 + \beta \|w(k)\|_\infty^2 \quad (46)$$

其中,

$$\alpha \triangleq \nu^{-\xi}.$$

那么, 闭环系统(15)是输入到状态稳定的。证明结束。

### 3.3. 跟踪控制器设计

在本小节中, 该跟踪控制器增益通过最小化跟踪误差动态上界, 在受比特率约束下获得最佳跟踪性能。

**定理3.3.** 假设有正整数 $R$ 和标量 $\tilde{\kappa}_1(0 < \tilde{\kappa}_1 < 1)$ 。存在正标量 $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$ 和 $\kappa_4$ , 正定矩阵 $\mathcal{W}_{[1]}$ 、 $\mathcal{W}_{[2]}$ 、 $P_{[1]}$ 、 $P_{[2]}$ 、 $P_{[3]}$ 和矩阵 $\acute{L}_x$ 、 $\acute{L}_\phi$ , 满足以下条件

$$\Xi_{[3]} \triangleq \begin{bmatrix} \Xi_{[3]}^{[11]} & * & * & * \\ 0 & \Xi_{[1]}^{[22]} & * & * \\ 0 & 0 & \Xi_{[1]}^{[33]} & * \\ \Xi_{[3]}^{[41]} & \Xi_{[3]}^{[42]} & \Xi_{[3]}^{[43]} & \Xi_{[3]}^{[44]} \end{bmatrix} < 0 \quad (47)$$

$$\mathcal{W} \geq I \quad (48)$$

其中,

$$\Xi_{[3]}^{[11]} \triangleq -\tilde{\kappa}_1 \mathcal{W}, \quad \Xi_{[3]}^{[41]} \triangleq A_{[1]}^{[1]} + A_{[1]}^{[2]}, \quad A_{[1]}^{[1]} \triangleq \begin{bmatrix} P_{[\varphi]}(A - FC) & P_{[\varphi]}(A - N - FC) \\ W_{[2]}FC & W_{[2]}(N + FC) \end{bmatrix},$$

$$A_{[1]}^{[2]} \triangleq \begin{bmatrix} L_x^{[\varphi]}C & L_x^{[\varphi]}C + L_\phi^{[\varphi]}J \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Xi_{[3]}^{[42]} \triangleq \begin{bmatrix} P_{[\varphi]}F \\ -W_{[2]}F \end{bmatrix}, \quad \Xi_{[3]}^{[43]} \triangleq \begin{bmatrix} P_{[\varphi]}E \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Xi_{[3]}^{[44]} \triangleq \text{diag} \{ \mathcal{W}_{[1]} - P_{[\varphi]} - P_{[\varphi]}^T, -\mathcal{W}_{[2]} \}, \quad \mathcal{W} \triangleq \text{diag} \{ \mathcal{W}_{[1]}, \mathcal{W}_{[2]} \},$$

$$P \triangleq \begin{bmatrix} P_{[1]} & P_{[2]} \\ 0 & P_{[3]} \end{bmatrix}, \quad L_x^{[\varphi]} \triangleq \begin{bmatrix} \dot{L}_x \\ 0 \end{bmatrix}, \quad L_\phi^{[\varphi]} \triangleq \begin{bmatrix} \dot{L}_\phi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P_{[\varphi]} \triangleq P_\varphi, \quad \tilde{\kappa}_1 \triangleq 1 - \kappa_1,$$

$$\varphi \triangleq \begin{bmatrix} B(B^T B)^{-1} & (B^T)^\perp \end{bmatrix}^T.$$

则闭环系统(15)称为输入到状态稳定, 其 $\|\vartheta(\xi)\|_2^2$ 的衰减率为 $1 - \tilde{\kappa}_1$ 。  $\|\vartheta(\xi)\|_2^2$ 的渐近上限的最小值可以通过求解以下问题得到

$$\min(\kappa_3 + \frac{1}{\lambda\kappa_2})\bar{w}. \quad (49)$$

相应地, 所需的控制器增益矩阵为

$$L_x = P_{[1]}^{-1} \dot{L}_x, \quad L_\phi = P_{[1]}^{-1} \dot{L}_\phi. \quad (50)$$

证明: 通过 $\text{diag} \{ I, I, I, \mathcal{W}_{[P]} \}$ 对不等式(32)进行合同变换得到

$$\Xi_{[4]} \triangleq \begin{bmatrix} \Xi_{[3]}^{[11]} & * & * & * \\ 0 & \Xi_{[1]}^{[22]} & * & * \\ 0 & 0 & \Xi_{[1]}^{[33]} & * \\ \Xi_{[4]}^{[41]} & \Xi_{[3]}^{[42]} & \Xi_{[3]}^{[43]} & \Xi_{[4]}^{[44]} \end{bmatrix} < 0 \quad (51)$$

其中,

$$\Xi_{[4]}^{[41]} \triangleq A_{[1]}^{[1]} + A_{[2]}^{[2]}, \quad \mathcal{W}_{[P]} \triangleq \text{diag} \{ P_{[\varphi]}, \mathcal{W}_{[2]} \},$$

$$A_{[2]}^{[2]} \triangleq \begin{bmatrix} P_{[\varphi]}BL_xC & P_{[\varphi]}(BL_xC + BL_\phi J) \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Xi_{[4]}^{[44]} \triangleq \text{diag} \{ -P_{[\varphi]}\mathcal{W}_{[1]}^{-1}P_{[\varphi]}^T, -\mathcal{W}_{[2]} \}.$$

使用变量替换

$$\dot{L}_x = P_{[1]}L_x, \quad \dot{L}_\phi = P_{[1]}L_\phi. \quad (52)$$

由于

$$\begin{aligned} & P_{[\varphi]} + P_{[\varphi]}^T - P_{[\varphi]} \mathcal{W}_{[1]}^{-1} P_{[\varphi]}^T - \mathcal{W}_{[1]} \\ &= - (P_{[\varphi]} - \mathcal{W}_{[1]}) \mathcal{W}_{[1]}^{-1} (P_{[\varphi]} - \mathcal{W}_{[1]}) \leq 0 \end{aligned} \quad (53)$$

则有

$$-P_{[\varphi]} \mathcal{W}_{[1]}^{-1} P_{[\varphi]}^T \leq \mathcal{W}_{[1]} - P_{[\varphi]} - P_{[\varphi]}^T \quad (54)$$

考虑(54)和(47)，我们知道(48)是可以保证的，因此闭环系统(15)可以说是输入到状态稳定的。令  $\nu = \frac{1}{1-\tilde{\kappa}_1}$ ，这满足方程  $\theta(\nu) = 0$ 。

根据上一个定理的证明过程可以得到

$$V(\vartheta(k)) \leq (1 - \tilde{\kappa}_1)^k V(\vartheta(0)) + \frac{\kappa_3 + \frac{1}{\lambda\kappa_2}}{\tilde{\kappa}_1} \bar{w}^2 \quad (55)$$

很容易得到

$$\|\vartheta(\xi)\|_2^2 \leq (1 - \tilde{\kappa}_1)^k \|\chi(0)\|_2^2 + \frac{\kappa_3 + \frac{1}{\lambda\kappa_2}}{\tilde{\kappa}_1 \lambda_{\min}(\mathcal{W})} \bar{w}^2 \quad (56)$$

基于(48)，我们得到

$$\|\vartheta(\xi)\|_2^2 \leq (1 - \tilde{\kappa}_1)^k \|\chi(0)\|_2^2 + \frac{\kappa_3 + \frac{1}{\lambda\kappa_2}}{\tilde{\kappa}_1} \bar{w}^2 \quad (57)$$

通过求解(49)，就可以得到  $\|\vartheta(\xi)\|_2^2$  的渐近上界的最小值。证明结束。

## 4. 仿真验证

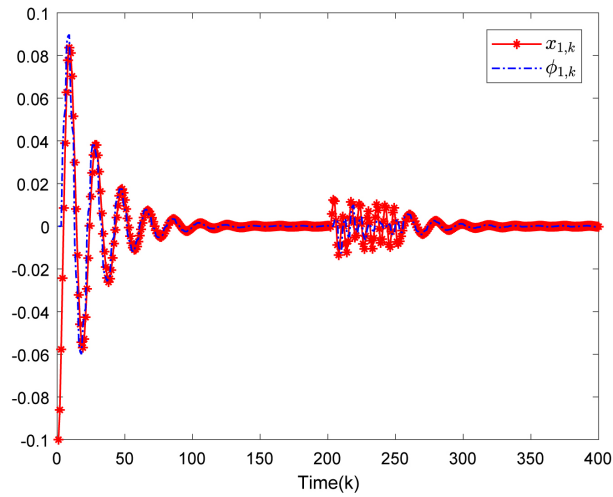
本节将给出一个仿真实例，以展示跟踪控制器的作用和优势。

考虑动态系统(1)和参考系统(10)的以下参数：

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1.02 & 0.05 \\ 0.27 & 0.26 \end{bmatrix}, & N &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.04 \\ 0.25 & 0.2 \end{bmatrix}, & B &= \begin{bmatrix} 0.15 \\ 5 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 1.2 & 0.32 \\ 0.03 & 0.12 \end{bmatrix}, & F &= \begin{bmatrix} 0.35 & 0.1 \\ 0.54 & 5 \end{bmatrix}, & E &= \begin{bmatrix} 0.005 \\ -0.001 \end{bmatrix}, \\ J &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0.32 \\ 0.03 & 12 \end{bmatrix}, & G &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

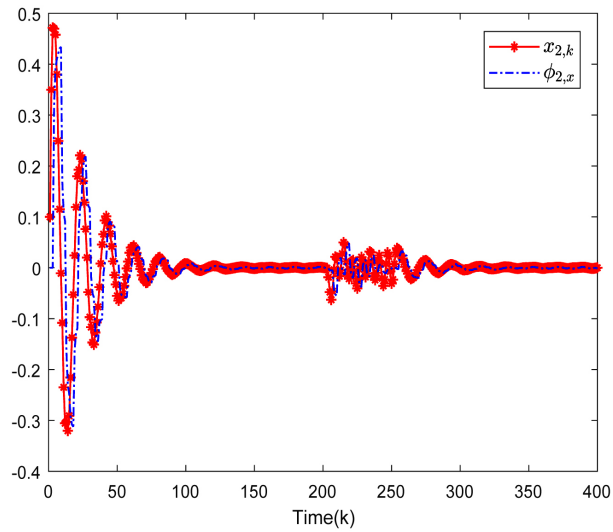
考虑动态系统(1)的外部扰动如下:

$$w(k) = \begin{cases} 0.1\sin(k), & 0 \leq k \leq 50 \\ 1.5\sin(k), & 100 \leq k \leq 150 \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$



**Figure 1.** The trajectory of state  $x_1(k)$  and its trace value  $\phi_1(k)$

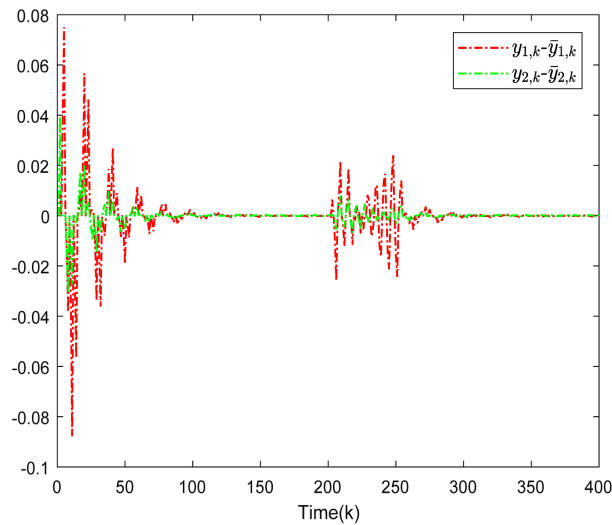
**图 1.** 状态 $x_1(k)$ 的轨迹及其跟踪值 $\phi_1(k)$



**Figure 2.** The trajectory of state  $x_2(k)$  and its trace value  $\phi_2(k)$

**图 2.** 状态 $x_2(k)$ 的轨迹及其跟踪值 $\phi_2(k)$

假设可用比特率为8 bps, 缩放参数为0.5。给定 $\kappa_1 = 0.08$ 。



**Figure 3.** Decoding error  $y(k) - \bar{y}(k)$

**图 3.** 解码误差  $y(k) - \bar{y}(k)$

可以通过MATLAB软件求解LMIs(47) 和(48)可以得到

$$\mathcal{W}_{[1]} = \begin{bmatrix} 32968.7313 & -1.0807 \\ -1.0807 & 0.56373 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{W}_{[2]} = \begin{bmatrix} 181.1772 & -32.513 \\ -32.513 & 6.4166 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 5168.5027 & -6890.8559 \\ 0 & 0.8494 \end{bmatrix}.$$

相应的跟踪控制器参数计算如下：

$$L_x = \begin{bmatrix} -0.5746 & 2.1776 \end{bmatrix}, \quad L_\phi = \begin{bmatrix} 0.2243 & -0.2504 \end{bmatrix}.$$

接下来，我们说明所求得跟踪控制器增益的可行性。

状态轨迹及其跟踪值如图 1和图 2所示。不难看出，该跟踪控制器的跟踪效果还是比较有效的。

受比特率约束的编解码方案的解码误差如图 3所示。可以看出，受比特率约束的编解码方案是可行的。

## 5. 全文总结

本文研究了一类编解码机制影响下的离散系统跟踪控制问题，并在编解码机制内考虑比特率约束。为了在统一框架下解决跟踪控制问题，利用Lyapunov泛函建立了保证编码数据可恢复性和闭环系统输入到状态稳定的充分条件，并通过矩阵不等式技术计算了控制器增益。我们还给出了数值示例，以加强所述控制策略的有效性。在未来的研究中，我们计划将受比特率约束编解码机



制的跟踪控制方法应用于其他网络系统，如传感器网络。

## 参考文献

- [1] Li, J., Wang, J., Peng, H., *et al.* (2022) Fuzzy-Torque Approximation-Enhanced Sliding Mode Control for Lateral Stability of Mobile Robot. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **52**, 2491-2500. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2021.3050616>
- [2] He, W., Mu, X., Zhang, L., *et al.* (2021) Modeling and Trajectory Tracking Control for Flapping-Wing Micro Aerial Vehicles. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, **8**, 148-156. <https://doi.org/10.1109/JAS.2020.1003417>
- [3] Li, J., Wang, J., Peng, H., *et al.* (2020) Neural Fuzzy Approximation Enhanced Autonomous Tracking Control of the Wheel-Legged Robot under Uncertain Physical Interaction. *Neuro-computing*, **410**, 342-353. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.05.091>
- [4] Wu, B. and Gao, X. (2018) Robust Attitude Tracking Control for Spacecraft with Quantized Torques. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **54**, 1020-1028. <https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2773273>
- [5] Chen, T. and Chen, G. (2018) Distributed Adaptive Tracking Control of Multiple Flexible Spacecraft under Various Actuator and Measurement Limitations. *Nonlinear Dynamics*, **91**, 1571-1586. <https://doi.org/10.1007/s11071-017-3965-4>
- [6] Zhao, D., Wang, W., Liu, S., *et al.* (2023) PID Tracking Control under Multiple Description Encoding Mechanisms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, **53**, 7025-7037. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2023.3290011>
- [7] Song, J., Niu, Y., Lam, J., *et al.* (2018) Fuzzy Remote Tracking Control for Randomly Varying Local Nonlinear Models under Fading and Missing Measurements. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **26**, 1125-1137. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2017.2705624>
- [8] Zhao, X., Liu, C. and Tian, E. (2020) Finite-Horizon Tracking Control for a Class of Stochastic Systems Subject to Input Constraints and Hybrid Cyber Attacks. *ISA Transactions*, **104**, 93-100. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2019.02.025>
- [9] Gao, H. and Chen, T. (2008) Network-Based  $H$  Output Tracking Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **53**, 655-667. <https://doi.org/10.1109/TAC.2008.919850>
- [10] Zhao, J., Huang, Y. and Zang, W. (2023) Optimal Prescribed Performance Tracking Control of Nonlinear Motor Driven Systems via Adaptive Dynamic Programming. *Asian Journal of Control*, **25**, 4499-4511. <https://doi.org/10.1002/asjc.3121>
- [11] Kanchanaharuthai, A. (2023) Nonlinear Recursive Gain Asymptotic Tracking Controller Design for Hydraulic Turbine Regulating Systems. *Asian Journal of Control*, **25**, 4215-4231. <https://doi.org/10.1002/asjc.3160>

- 
- [12] Zhang, X., Zhuang, X., Liu, E., *et al.* (2023) Adaptive Neural Network Finite-Time Command Filter Tracking Control for Nonlinear Systems with Multiple Coupling High-Order Terms and Disturbances. *Asian Journal of Control*, **25**, 4539-4550. <https://doi.org/10.1002/asjc.3105>
- [13] Xiao, B. and Yin, S. (2019) Exponential Tracking Control of Robotic Manipulators with Uncertain Dynamics and Kinematics. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, **15**, 689-698. <https://doi.org/10.1109/TII.2018.2809514>
- [14] Zhang, H., Xi, R., Wang, Y., *et al.* (2022) Event-Triggered Adaptive Tracking Control for Random Systems with Coexisting Parametric Uncertainties and Severe Nonlinearities. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **67**, 2011-2018. <https://doi.org/10.1109/TAC.2021.3079279>
- [15] Wang, Y., Jiang, B., Wu, Z.G., *et al.* (2021) Adaptive Sliding Mode Fault-Tolerant Fuzzy Tracking Control with Application to Unmanned Marine Vehicles. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **51**, 6691-6700. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2020.2964808>
- [16] Zhao, X., Wang, X., Ma, L., *et al.* (2020) Fuzzy Approximation Based Asymptotic Tracking Control for a Class of Uncertain Switched Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **28**, 632-644. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2019.2912138>
- [17] Li, Z.M., Chang, X.H. and Park, J.H. (2021) Quantized Static Output Feedback Fuzzy Tracking Control for Discrete-Time Nonlinear Networked Systems with Asynchronous Event-Triggered Constraints. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **51**, 3820-3831. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2019.2931530>
- [18] Ye, D., Zou, A.M. and Sun, Z.W. (2022) Predefined-Time Predefined-Bounded Attitude Tracking Control for Rigid Spacecraft. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **58**, 464-472. <https://doi.org/10.1109/TAES.2021.3103258>
- [19] Ge, X., Han, Q.L., Ding, L., *et al.* (2020) Dynamic Event-Triggered Distributed Coordination Control and Its Applications: A Survey of Trends and Techniques. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **50**, 3112-3125. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2020.3010825>
- [20] Ge, X., Han, Q.L., Zhong, M., *et al.* (2019) Distributed Krein Space-Based Attack Detection over Sensor Networks under Deception Attacks. *Automatica*, **109**. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.108557>
- [21] Hu, J., Zhang, H., Liu, H., *et al.* (2021) A Survey on Sliding Mode Control for Networked Control Systems. *International Journal of Systems Science*, **52**, 1129-1147. <https://doi.org/10.1080/00207721.2021.1885082>
- [22] Ju, Y., Tian, X., Liu, H., *et al.* (2021) Fault Detection of Networked Dynamical Systems: A Survey of Trends and Techniques. *International Journal of Systems Science*, **52**, 3390-3409. <https://doi.org/10.1080/00207721.2021.1998722>

- [23] Ciunozzo, D., Aubry, A. and Carotenuto, V. (2017) Rician MIMO Channel and Jamming-Aware Decision Fusion. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **65**, 3866-3880. <https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2686375>
- [24] Li, T. and Xie, L. (2012) Distributed Coordination of Multi-Agent Systems with Quantized-Observer Based Encoding-Decoding. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **57**, 3023-3037. <https://doi.org/10.1109/TAC.2012.2199152>
- [25] Liu, W., Wang, Z. and Ni, M. (2013) Controlled Synchronization for Chaotic Systems via Limited Information with Data Packet Dropout. *Automatica*, **49**, 2576-2579. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2013.04.044>
- [26] Wang, L., Wang, Z., Wei, G., *et al.* (2019) Observer-Based Consensus Control for Discrete-Time Multiagent Systems with Coding-Decoding Communication Protocol. *IEEE Transactions on Cybernetics*, **49**, 4335-4345. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2018.2863664>
- [27] Zhou, L. and Lu, G. (2009) Detection and Stabilization for Discrete-Time Descriptor Systems via a Limited Capacity Communication Channel. *Automatica*, **45**, 2272-2277. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.05.022>
- [28] Farhadi, A. and Charalambous, C.D. (2010) Stability and Reliable Data Reconstruction of Uncertain Dynamic Systems over Finite Capacity Channels. *Automatica*, **46**, 889-896. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2010.02.002>
- [29] Savkin, A.V. and Cheng, T.M. (2007) Detectability and Output Feedback Stabilizability of Nonlinear Networked Control Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **52**, 730-735. <https://doi.org/10.1109/TAC.2007.894542>
- [30] Wang, L., Wang, Z., Han, Q.L., *et al.* (2022) Synchronization Control for a Class of Discrete-Time Dynamical Networks with Packet Dropouts: A Coding-Decoding-Based Approachs. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **48**, 2437-2448. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2017.2740309>
- [31] Zhao, D., Wang, Z., Chen, Y., *et al.* (2022) Partial-Neurons-Based Proportional-Integral Observer Design for Artificial Neural Networks: A Multiple Description Encoding Scheme. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **35**, 6393-6407. <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2022.3209632>
- [32] Zhao, D., Wang, Z., Wang, L., *et al.* (2022) Proportional-Integral Observer Design for Multirate-Networked Systems under Constrained Bit Rate: An Encoding-Decoding Mechanism. *IEEE Transactions on Cybernetics*, **53**, 4280-4291. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2022.3165041>
- [33] Li, J.Y., Wang, Z., Lu, R., *et al.* (2023) Distributed Filtering under Constrained Bit Rate over Wireless Sensor Networks: Dealing with Bit Rate Allocation Protocol. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **68**, 1642-1654. <https://doi.org/10.1109/TAC.2022.3159486>

- [34] Li, J.Y., Wang, Z., Lu, R., *et al.* (2023) Cluster Synchronization Control for Discrete-Time Complex Dynamical Networks: When Data Transmission Meets Constrained Bit Rate. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **34**, 2554-2568. <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2021.3106947>
- [35] Li, J.Y., Wang, Z., Lu, R., *et al.* (2021) Partial-Nodes-Based State Estimation for Complex Networks with Constrained Bit Rate. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, **8**, 1887-1899. <https://doi.org/10.1109/TNSE.2021.3076113>