

# 基于磁致伸缩力计算的变压器电磁振动研究

卢 兰, 祝丽花, 王前超

天津工业大学, 电气与电子工程学院, 天津

收稿日期: 2021年11月10日; 录用日期: 2021年12月9日; 发布日期: 2021年12月16日

## 摘 要

众所周知, 磁致伸缩是电力变压器铁芯振动的主要原因。因此, 如何实现磁致伸缩效应等效是决定电磁振动计算精度的重要因素。为了提高铁芯电磁振动的计算精度, 本文计算了铁芯的磁致伸缩等效力。铁芯的磁致伸缩特性是力计算的数据基础。为此, 首先测量了硅钢片的磁化强度和磁致伸缩特性。在实测数据的基础上, 分析了铁芯的磁场, 进一步精确计算了铁芯的磁致伸缩等效力。将等效力和电磁力同时加载到铁芯振动计算中, 可得到铁芯电磁振动分析结果。最后测量了铁芯的振动。将测量结果与磁致伸缩等效力计算结果和传统初始应变法计算结果进行了比较。结果表明, 仅计算磁致伸缩效应可以提高铁芯电磁振动的计算精度。

## 关键词

有限元计算, 磁致伸缩力, 联合仿真, 铁芯振动

# Study on Electromagnetic Vibration of Transformers Based on Magnetostrictive Force Calculation

Lan Lu, Lihua Zhu, Qianchao Wang

School of Electrical and Electronic Engineering, Tiangong University, Tianjin

Received: Nov. 10<sup>th</sup>, 2021; accepted: Dec. 9<sup>th</sup>, 2021; published: Dec. 16<sup>th</sup>, 2021

## Abstract

It is well known that magnetostriction is the main cause of vibration of the power transformer core. Therefore, how to achieve magnetostrictive effect equivalence is the important factor that determines the accuracy of electromagnetic vibration calculation. To improve the calculation accuracy

of electromagnetic vibration of iron cores, the magnetostrictive equivalent force of the iron core is calculated separately in this paper. The magnetostrictive property of the iron core is the data basis for force calculation. Therefore, the magnetization and magnetostrictive characteristics of silicon steel sheets are measured firstly. Based on the measured data, the magnetic field of iron core is analyzed, and then the magnetostrictive equivalent force of the iron core is further calculated precisely. The equivalent force and electromagnetic force are simultaneously loaded into the calculation of iron core vibration, and the results of core electromagnetic vibration analysis can be obtained. And the vibration of the core is measured at last. The measured results are compared with the results of calculation that include two parts, one is calculated with magnetostrictive equivalent force and the other with the traditional initial strain method. The results showed that the calculation accuracy of electromagnetic vibration of the iron core can be improved by calculating the magnetostrictive effect alone.

## Keywords

Finite Element Calculation, Magnetostrictive Force, Joint Simulation, Iron Core Vibration

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

电力变压器是电力系统的重要设备，随着现代科技的快速发展和城市用电量的增加，变压器的电压等级和容量也相应提高，由此导致的振动噪声问题也日益突出。变压器振动一方面来源于绕组振动，另一方面来源于铁芯振动，其中，铁芯振动是振动噪声的主要来源[1] [2] [3]。电力变压器铁芯由磁性硅钢片叠装而成，叠片铁芯在通电被磁化过程中，会因为同时受到麦克斯韦力和磁致伸缩力两种力的作用而发生变形，从而引起铁芯振动噪声[4] [5] [6]。

迄今为止，国内外对于电工装备中的电磁场理论研究已有不少。由于电工装备在运行期间会产生不同程度上的噪声，而产生噪声的主要原因是电工设备在交变电磁场中受麦克斯韦力与磁致伸缩力引起的磁致伸缩振动，于是，国内外学者首先对电磁装备的计算模型进行了研究。河北工业大学祝丽花教授[7] [8]通过对三相电力变压器的计算与测量得出的磁致伸缩力大于麦克斯韦力的结论，并利用柔性高磁导率的软磁复合材料代替传统的沥青或环氧树脂等阻尼材料填充铁芯接缝进行降噪。在此基础上，通过应力对磁致伸缩应变的影响导致的磁化结果的不同，从而给出了考虑应力作用后的一个拟合的磁致伸缩应变力的本构关系[9]。为了更好的分析电工装备的振动噪声，对硅钢片进行磁致伸缩测量时发现在轧制方向和垂直于轧制方向的磁致伸缩应变力与磁通密度的平方存在着近似比例关系，并据此建立了考虑各向异性的磁致伸缩数学模型[10] [11]。天津工业大学石永恒等人对非晶合金材料进行了不同夹紧力作用下基础磁化和磁致伸缩特性的测量，并对不同压力下的小型非晶样机变压器进行了多物理场耦合计算和测量，结果表明适当的夹紧力可有效地抑制非晶合金卷型铁芯的振动[12]。而一些学者在综合考虑多种因素的影响下建立了基于有限元方法的强耦合模型，用于分析磁致伸缩材料中的磁机械问题，并将结果与弱耦合模型进行比较[13] [14] [15] [16]。

COMSOL Multiphysics 是通用的大型多物理场直接耦合分析软件，起源于 MATLAB 的 Toolbox，因此这两款软件之间相互兼容，可以联合起来进行仿真。文献[17] [18] [19] [20]介绍了联合仿真环境的连接方式与数据相互调用的方法，并举出联合仿真的应用实例，提高了仿真效率。本文将借助联合仿真计算

出变压器铁芯的磁致伸缩等效力并分析铁芯的电磁振动。

## 2. 磁特性测量

电工装备铁芯材料的磁化特性与磁致伸缩特性的准确测量是计算铁芯所受电磁力和电磁振动的基础和关键。本文采用如图 1 所示的由德国 Brockhaus 公司生产的磁致伸缩测量系统 MST500 对硅钢样片进行了一维磁致伸缩特性测量。该设备主要包括主机、励磁装置、激光干涉仪和防振台四个部分。

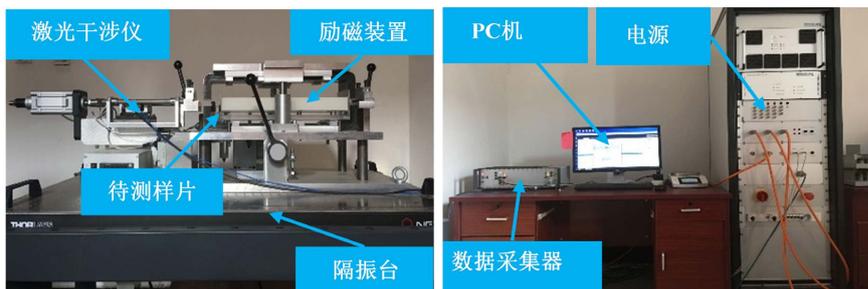


Figure 1. Monolithic magnetic properties measurement systems (MTS)  
图 1. 单片磁特性测量系统(MST)

本文涉及的电力变压器铁芯硅钢片采用取向硅钢片 B30P105 型号，材料参数如表 1 所示。硅钢样片在不同最大磁通密度下进行反复磁化，可得如图 2 所示的一簇磁滞回线，将磁滞回线簇的顶点通过三次样条插值方法就可拟合出用于磁特性数值计算的基本磁化曲线，磁化曲线和相对磁导率曲线如图 3 所示，其中相对磁导率曲线能够直观反映出硅钢片在不同磁场强度下的导磁特性。

对硅钢样片施加工频激励，测量得到的磁致伸缩蝴蝶曲线如图 4 所示。

磁致伸缩峰 - 峰值的定义为[11]：

$$\lambda_{pp} = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} \tag{1}$$

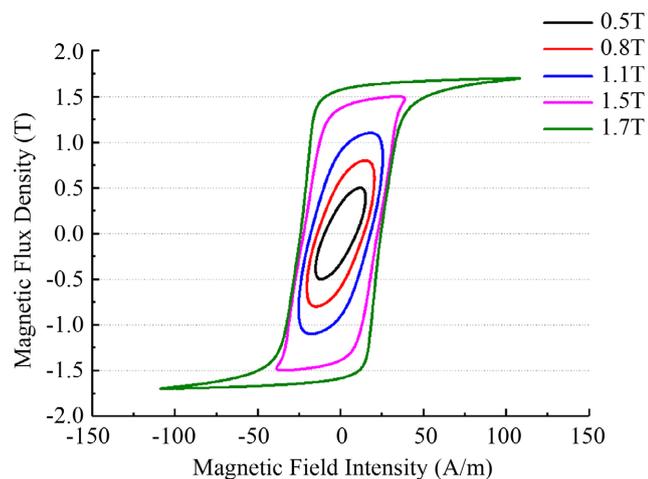
式中， $\lambda_{\max}$  和  $\lambda_{\min}$  分别表示磁致伸缩蝴蝶曲线上的最大值和最小值。图 5 直观表示出了其定义过程。

由于硅钢材料的磁致伸缩蝴蝶曲线在实际数值计算中难以应用，为了方便，传统仿真计算中采用由磁致伸缩峰 - 峰值与磁感应强度通过三次样条插值得到的光滑曲线来表征硅钢材料的磁致伸缩特性。联合仿真计算中也采用磁致伸缩单值曲线来计算出变压器铁芯所受的磁致伸缩力。插值得到的硅钢片的磁致伸缩单值曲线如图 6 所示。

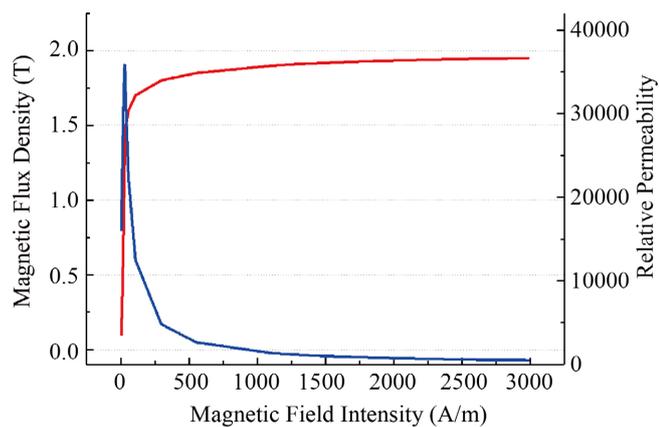
Table 1. Parameters of the silicon steel steels

表 1. 硅钢片参数

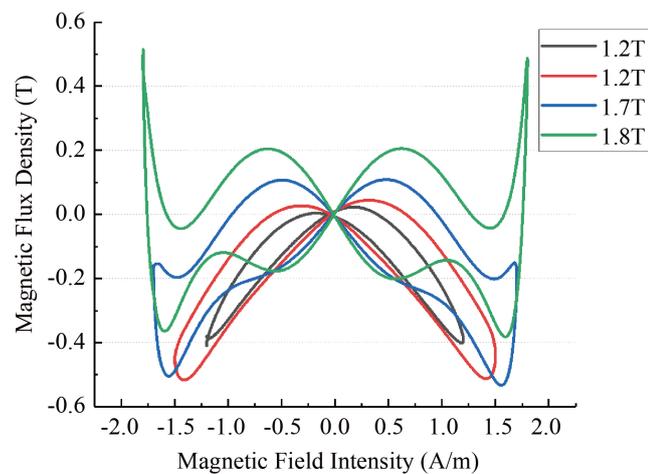
名称	值
牌号	B30p105
数量	1
长度(mm)	600
宽度(mm)	100
厚度(mm)	0.28
密度(kg/m <sup>3</sup> )	7650



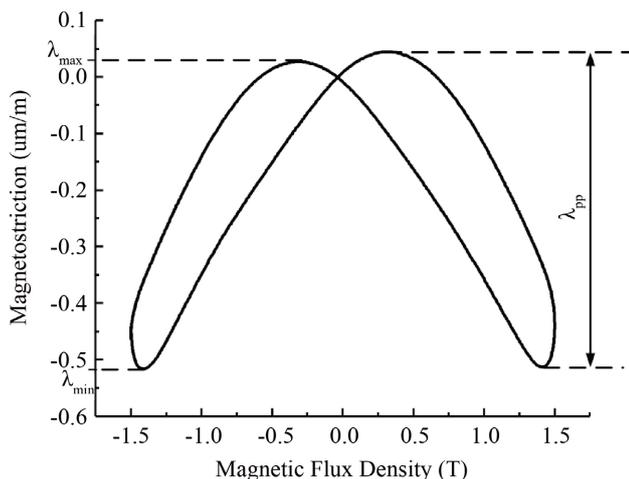
**Figure 2.** Magnetic hysteresis loop  
**图 2.** 磁滞回线



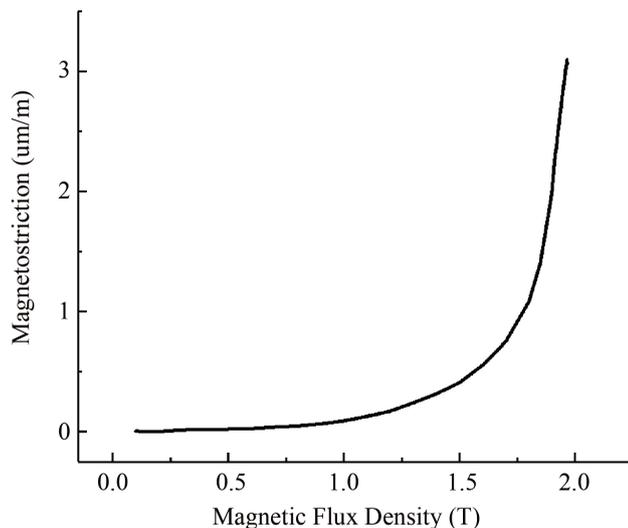
**Figure 3.** Magnetization curve and relative permeability curve  
**图 3.** 磁化曲线和相对磁导率曲线



**Figure 4.** Magnetostriction measurement curve  
**图 4.** 磁致伸缩测量曲线



**Figure 5.** Definition of magnetostrictive peak-peak  
**图 5.** 磁致伸缩峰-峰值定义



**Figure 6.** Magnetostriction peak-peak curve  
**图 6.** 磁致伸缩峰-峰值曲线

### 3. 理论分析

#### 3.1. 电磁振动理论分析

Maxwell 方程组描述了变压器运行时电场与磁场的相互关系，是分析电磁场的基本方程。变压器的励磁电流为工频交流，忽略位移电流，电磁场 Maxwell 方程为：

$$\rho^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \times (\mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J} \tag{2}$$

式中， $\mathbf{A}$  是磁矢位， $\mathbf{J}$  是电流密度， $\rho$  为材料电阻率， $\mu_0$  表示真空磁导率， $\mu_r$  表示材料介质相对磁导率。

针对电力变压器，通电后电磁场相互作用，变压器产生电磁振动，其中主要受力为铁芯的麦克斯韦力  $f_{mw}$  和磁致伸缩力  $f_{ms}$ ，以及绕组产生的洛伦兹力  $f_l$ 。根据式(2)计算电磁作用力，所求结果与固体力学

结合分析, 从而实现磁 - 机械之间的耦合。

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{f}_{mw} + \mathbf{f}_{ms} + \mathbf{f}_l \\ &= \int_s \mathbf{T} dS + \int_V \mathbf{J} \times \mathbf{B} dV + \int_s \boldsymbol{\sigma}_{ms} dS \\ &= \nu_0 \int_s \left\{ \int_s (\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B} - 0.5 \mathbf{B}^2 \mathbf{n} dS \right\} dS + \int_V \mathbf{J} \times \mathbf{B} dV + \int_s \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_{ms} dS \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{T}$  表示麦克斯韦应力张量;  $\mathbf{D}$  表示弹性张量, 根据硅钢的杨氏模量和泊松比求得;  $\nu_0$  为材料磁阻率,  $\boldsymbol{\sigma}_{ms}$  和  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ms}$  分别为磁致伸缩应力和应变张量, 其中  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ms}$  可由测量的  $\mathbf{B}$ - $\lambda_{pp}$  曲线插值得到[13]。

结构力场中, 节点振动方程为:

$$\mathbf{M} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{M}$  为质量矩阵;  $\mathbf{C}$  为阻尼矩阵;  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵;  $\mathbf{u}$  为节点位移;  $\mathbf{F}$  为外部作用力。

### 3.2. 单元分析

对硅钢片采用有限单元法虽是用离散化模式代替原来的连续体, 但在每个单元内部, 则认为符合弹性力学基本假设。依据弹性力学基本原理, 已知单元的刚度矩阵和位移, 可确定单元的力, 反过来不成立(位移可能由运动产生)。于是单元的磁致伸缩力可通过单元刚度矩阵和单元位移来确定:

$$\mathbf{f}_{oms}^e = \mathbf{K}^e \cdot \mathbf{u}^e = \mathbf{K}^e \cdot \left\{ \mathbf{r}^e \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{ms}^e \right\} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{K}^e$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ms}^e$  分别为单元的刚度矩阵和磁致伸缩应变,  $\mathbf{r}^e$  指单元的中心距单元节点的距离。

如果单元  $e$  有体积力  $\mathbf{f}_{oms}^e = \{f_x, f_y, f_z\}^{eT}$ , 则可得移置厚度等效节点力为[15]:

$$\mathbf{f}_{msi} = \iiint_v [\mathbf{N}]^T \cdot \mathbf{f}_{oms} dx dy dz \quad (6)$$

其中,  $[\mathbf{N}]$  为四面体单元的形函数矩阵。

### 3.3. 各向异性分析

变压器叠层铁芯由取向硅钢组成。硅钢片的各向异性需要考虑。一般认为, 磁致伸缩不会改变铁磁材料的体积。在笛卡尔坐标系中, 单位体积不变, 可以表示为:

$$\lambda_{ex} + \lambda_{ey} + \lambda_{ez} = 0 \quad (7)$$

其中  $\lambda_{ex}$ ,  $\lambda_{ey}$ ,  $\lambda_{ez}$  分别为  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  方向的单元磁致伸缩系数。

设  $X$  方向的单元磁致伸缩系数  $\lambda_{ex} = \lambda$ , 则其他两个方向的单元磁致伸缩系数为:

$$\lambda_{ey} = -\lambda/2 \quad (8)$$

$$\lambda_{ez} = -\lambda/2 \quad (9)$$

## 4. 模型计算与实验测量

### 4.1. 模型的数值计算

本文以一台结构类似 Epstein 方圈的变压器作为模型进行计算与分析, 主要参数如表 2 所示, 模型结构如图 7 所示。其搭叠区域结构如图 8 所示。

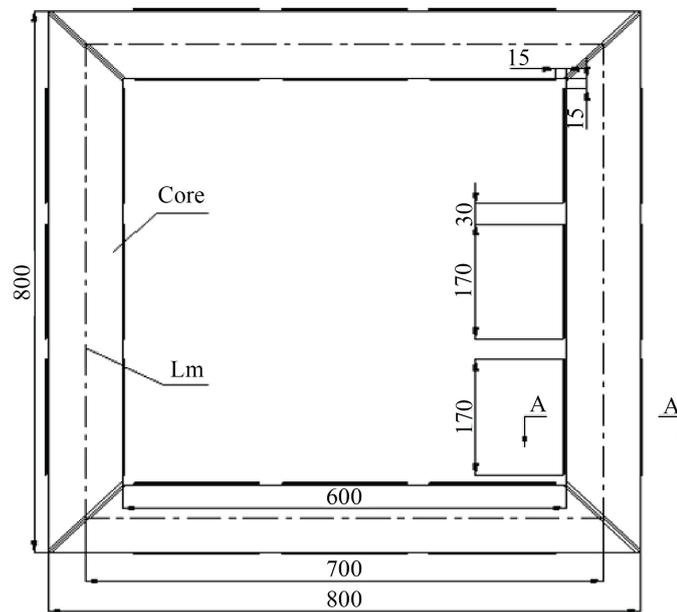


Figure 7. Transformer model diagram

图 7. 变压器模型图

Table 2. Transformer model parameters

表 2. 变压器模型参数

参数	数值
硅钢片密度(kg/m <sup>3</sup> )	7650
激磁线圈匝数	144
导线密度(kg/m <sup>3</sup> )	$8.90 \times 10^3$
激磁线圈线规(mm)	1.6
20°C时导线电导率(S/m)	$5.71 \times 10^7$
测量线圈线规(mm)	0.6
工作磁密(T)	1.7
额定电压(V)	108
额定电流(A)	3.5



Figure 8. Iron core overlap area

图 8. 铁芯搭叠区域

叠片铁芯通常用于变压器。在层压板之间会有气隙和重叠。变压器铁芯气隙的存在使得搭叠区域的磁特性不同于硅钢片。因此，等效磁特性可以合理地恢复重叠区域的磁特性。在仿真模型中，铁芯区域分为两部分，一部分是正常区域，另一部分是搭叠区域。

COMSOL Multiphysics 是一个基于有限元方法的多物理场耦合分析软件。本文采用 COMSOL 对模型进行有限元剖分。由于变压器在各个方向上都是对称的，所以模型为样机原型的 1/8，网格划分结果如图 9 所示。

对激励线圈施加交流电源激励，由 COMSOL 计算出工频激励下变压器铁芯的磁通密度分布图，由图 10 磁场计算结果可知，在铁芯内转角处磁通密度较大，在外拐角处磁通密度较小。变压器铁芯工作的磁通密度为 1.6 T 至 1.7 T。

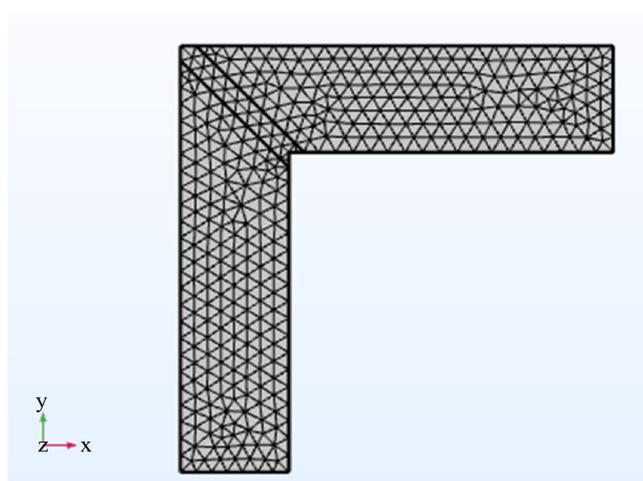


Figure 9. Mesh division  
图 9. 网格剖分

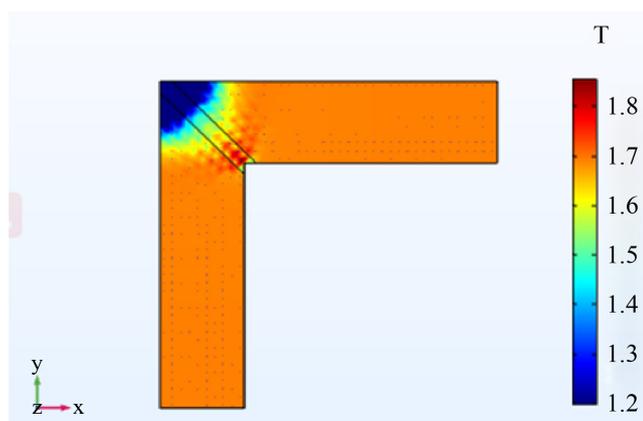


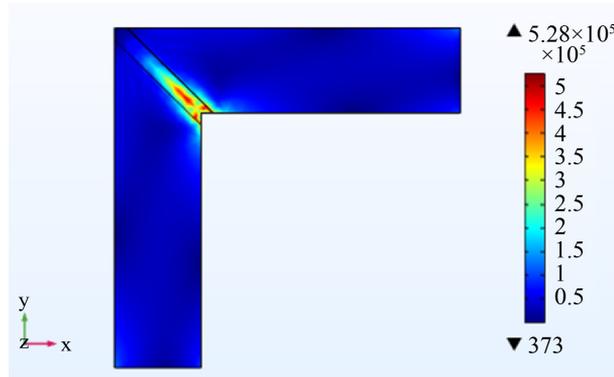
Figure 10. Calculation results of iron core magnetic flux density  
图 10. 铁芯磁通密度计算结果

在以往传统 COMSOL 的多物理场耦合仿真中，变压器铁芯所受的电磁力可直接算出来，计算结果如图 11 所示；而铁芯所受的磁致伸缩力是由磁通密度  $B$  与磁致伸缩系数  $\lambda$  的插值函数等效代替成磁通密度  $B$  与预应变的插值函数计算出的。考虑各向异性，忽略铁芯剪应力，铁芯磁致伸缩应变可表示为：

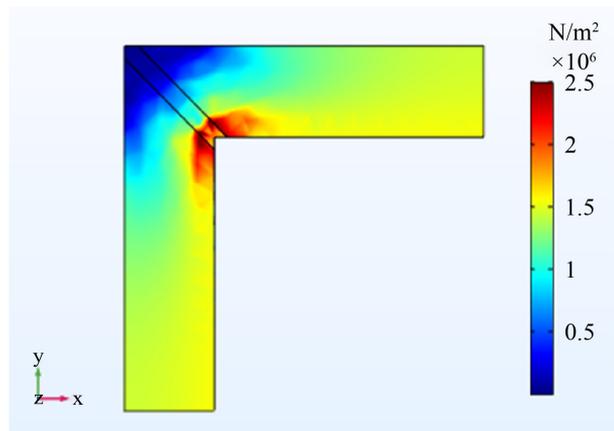
$$\begin{bmatrix} \text{int}1(B_x) & 0 & 0 \\ 0 & \text{int}2(B_y) & 0 \\ 0 & 0 & \text{int}3(B_z) \end{bmatrix}$$

其中 int1, int2, int3 分别为磁通密度  $B$  与磁致伸缩系数  $\lambda$  在三个方向上的插值函数。

这就意味着以往模型中电磁振动计算的精度不高, 会有一定的误差, 计算结果如图 12 所示。



**Figure 11.** Calculation results of electromagnetic stress (N/m<sup>2</sup>)  
**图 11.** 电磁应力计算结果(N/m<sup>2</sup>)



**Figure 12.** Calculation results of iron core stress in traditional simulation  
**图 12.** 铁芯应力传统仿真计算结果

借用 COMSOL 与 MATLAB 的联合仿真计算可以将铁芯所受磁致伸缩力计算出来。COMSOL 与 MATLAB 两款软件之间相互兼容, 可以联合起来进行仿真。本文使用 MATLAB 读取了 COMSOL 中网格单元剖分信息与磁场信息, 再借用 MATLAB 进行编程, 基于有限元法计算出了模型铁芯的磁致伸缩力, 最后将 MATLAB 计算结果以体载荷的方式返回给 COMSOL, 由 COMSOL 计算出了变压器模型的电磁振动, 如图 13 所示。磁致伸缩力计算过程如图 14 所示, 计算结果如图 15 所示。

由铁芯所受应力计算结果可知, 变压器所受的电磁力远小于铁芯所受的磁致伸缩力, 变磁致伸缩力对压器铁芯振动的贡献要远大于电磁力的贡献, 因此对变压器铁芯所受磁致伸缩力的准确计算对分析变压器铁芯振动有着重要意义。

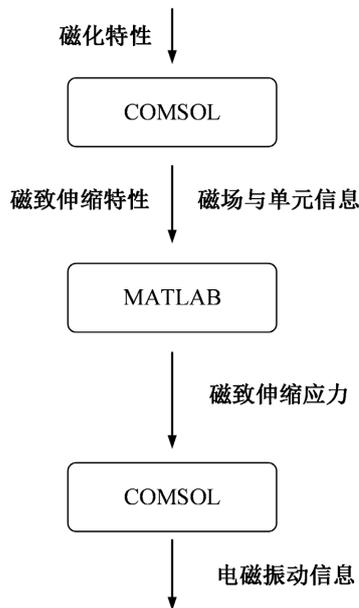


Figure 13. Flow chat of joint simulation

图 13. 联合仿真流程图

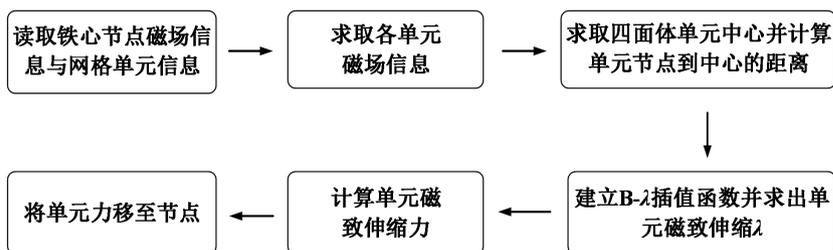


Figure 14. Numerical calculation flow chart of MATLAB

图 14. MATLAB 数值计算流程图

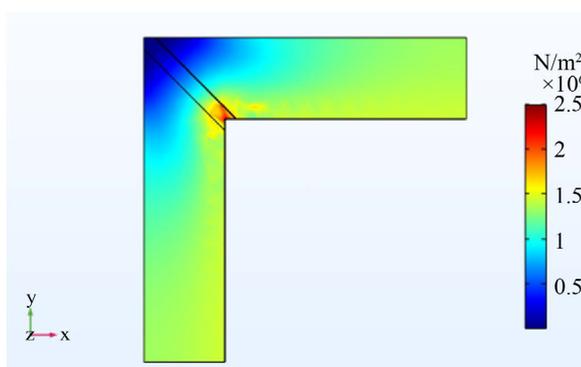


Figure 15. Calculation results of iron core stress in joint simulation

图 15. 铁芯应力联合仿真计算结果

两种计算结果中，变压器的整体应力大致相同。在铁芯拐角处的应力分布有所区别，联合仿真计算结果中方圈内拐角所受应力较小，且由心柱中心向两侧的应力呈现渐变减小的现象。因此选取铁芯拐角处和铁芯柱区域的振动分别进行实验测试以此来验证模型的准确度。

## 4.2. 实验测量与验证

为了进一步验证联合仿真计算出的电磁振动具有更高的精度，需要对变压器的铁芯振动进行测量，同时由于对振动加速度的测量更加方便快捷，所以本章中采用加速度探头对数值计算结果进行验证。

在两种仿真计算中，内外拐角处的应力计算结果不同，而其他区域的计算结果大致相同，因此选取变压器内外拐角 A 点、B 点和心柱处的 C 点、D 点作为振动测量点，对方圈施加 108 V 正弦工频激励，使其运行磁通密度在 1.65 T，进行空载条件下振动加速度的测量，测点的选取如图 16 所示，铁芯振动测量实验图如图 17 所示。

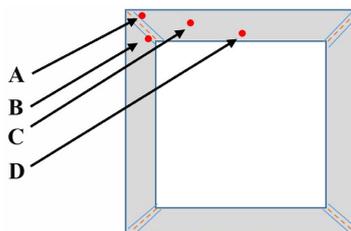
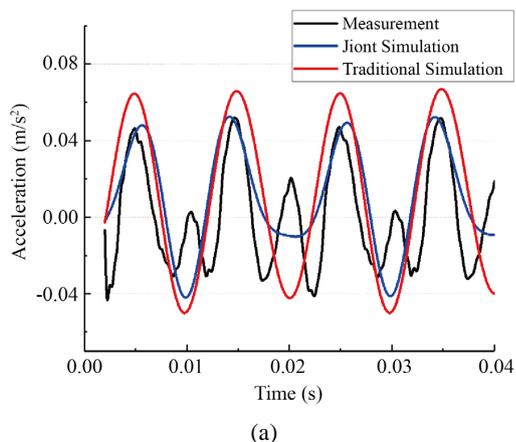


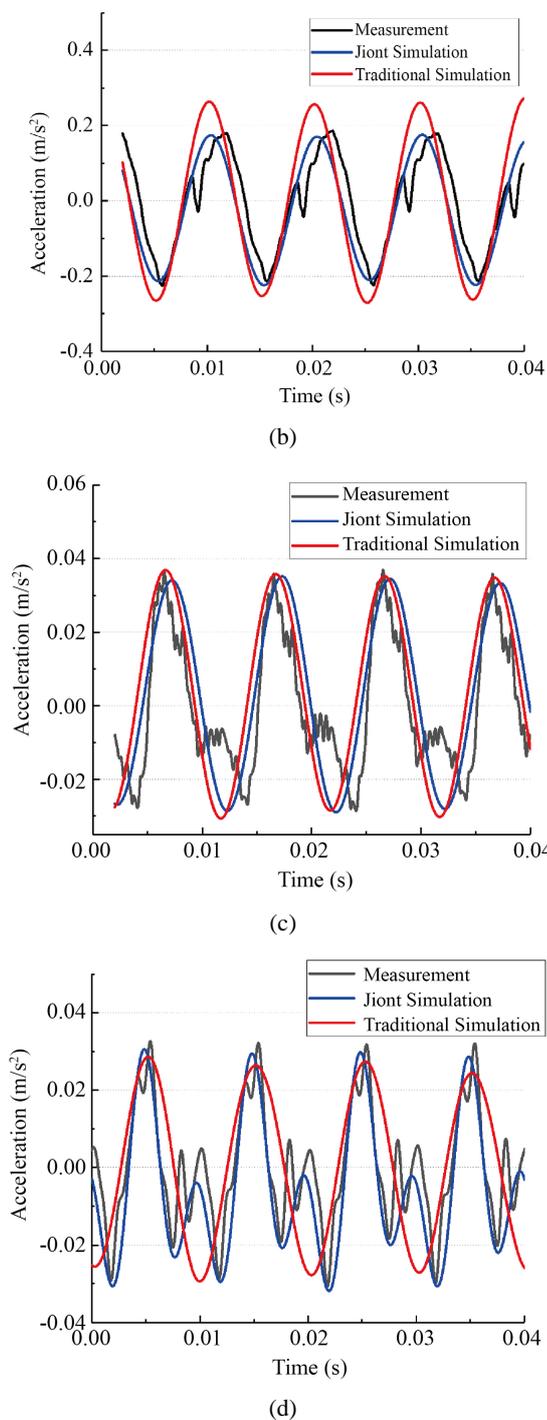
Figure 16. Selection of vibration measuring points  
图 16. 振动测点的选取



Figure 17. Diagram of vibration measurement experiment  
图 17. 振动测量实验图

提取四个点的振动加速度来对比分析两种计算结果的准确度。不同测点的振动加速度结果如图 18 所示，其中图 18(a)、图 18(d)为 A 点和 D 点为总振动加速度对比，图 18(b)为 B 点垂直磁路方向的振动加速度对比，图 18(c)位 C 点顺磁方向振动加速度对比。各点振动加速度的测量与两种计算结果的幅值如表 2 所示。





**Figure 18.** Acceleration contrast diagram. (a) Acceleration of vibration at point A; (b) Acceleration of vibration at point B; (c) Acceleration of vibration at point C; (d) Acceleration of vibration at point D

**图 18.** 加速度对比图。(a) A 点振动加速度；(b) B 点振动加速度；(c) C 点振动加速度；(d) D 点振动加速度

从图 18 与表 3 可知，传统仿真计算结果在铁芯柱等大部分区域的振动计算结果较为准确 C 点和 D 点与测量值相比的幅值百分误差分别为 2.3%和-6.6%，在拐角处的计算结果误差较大，A 点和 B 点的幅

值百分误差分别为22.8%和33.8%。而联合仿真计算结果各点与测量值结果的幅值百分误差分别为1.3%，-2.6%，-2.6%，2.7%，加速度波形和幅值的计算结果与实验测量结果都更加吻合，证明了联合仿真计算结果的精确性。

**Table 3.** The amplitude results of vibration acceleration  
**表 3.** 振动加速度幅值结果

	Measurement	Joint Simulation	Traditional Simulation
A	0.0940	0.0952	0.1154
B	0.4093	0.3985	0.5473
C	0.0653	0.0636	0.0668
D	0.0621	0.0604	0.0580

## 5. 结论

为更好地处理变压器振动带来的诸多问题，本文借助 MATLAB 的强大的数学计算功能和 COMSOL 的多物理场耦合仿真功能实现了对变压器铁芯振动更为精确的仿真计算。本文使用 MATLAB 读取了 COMSOL 中网格单元剖分信息与磁场信息，再借用 MATLAB 进行编程，基于有限元法计算出了模型铁芯的磁致伸缩力，最后将 MATLAB 计算结果以体载荷的方式返回给 COMSOL，由 COMSOL 计算出了变压器模型的电磁振动，在考虑各向异性的情况下，分别取四个对照点 A、B、C、D 将得到的仿真结果与变压器的振动实验结果进行分析对比，各点联合仿真计算结果与测量值结果的幅值百分误差分别为 1.3%，-2.6%，-2.6%，2.7%。分析结果可得如下结论：

(1) 在变压器铁芯电磁振动中，变压器铁芯所受的磁致伸缩力要远大于铁芯所受的电磁力，磁致伸缩力对变压器铁芯的振动贡献占主要部分，因此对变压器铁芯的磁致伸缩力的正确分析是对变压器铁芯振动分析的关键。

(2) 联合仿真中是将变压器铁芯所受的磁致伸缩力准确计算出来再作用在铁芯上，实现了 COMSOL 与 MATLAB 的数据相互调用。相对于传统仿真中将磁致伸缩应变设置为铁芯的预应变的计算方法，联合仿真计算结果更加精确。

## 参考文献

- [1] 张雪冰. 变压器油箱振动功率流与绕组故障非电量监测方法研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 上海交通大学, 2009.
- [2] Kendig, R.P. (1991) Validation of Acoustic Intensity Measurements for Power Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, **6**, 1524-1530. <https://doi.org/10.1109/61.97688>
- [3] 董志刚. 变压器的噪声[J]. 变压器, 1995(11): 26-30.
- [4] 张鹏宁, 李琳, 程志光, 等. 并联电抗器与变压器模型铁芯振动仿真与试验对比[J]. 电工技术学报, 2018, 33(22): 5271-5281.
- [5] 杨意妹, 祝丽花, 王斌, 等. 考虑磁致伸缩效应的可控饱和电抗器电磁振动分析[J]. 电工电能新技术, 2016, 35(8): 40-45.
- [6] Tanzer, T., Pregartner, H., Riedenbauer, M., et al. (2018) Magnetostriction of Electrical Steel and Its Relation to the No-Load Noise of Power Transformer. *IEEE Transactions on Industry Applications*, **54**, 4306-4314. <https://doi.org/10.1109/TIA.2018.2840977>
- [7] 祝丽花, 杨庆新, 闫荣格, 等. 电力变压器铁芯磁致伸缩力的数值计算[J]. 变压器, 2012, 49(6): 9-13.
- [8] Jiles, D.C. (1995) Theory of the Magnetomechanical Effect. *Journal of Physics D: Applied Physics*, **28**, 1537-1546. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/28/8/001>

- 
- [9] 祝丽花, 石永恒, 杨庆新, 等. 夹紧力对非晶合金磁特性及铁芯振动的影响研究[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(24): 8155-8164+8252.
- [10] 赵晓磊, 齐秋菊, 郭春超. COMSOL 与 MATLAB 联合仿真的实现方法[J]. 中国新技术新产品, 2014(24): 17-19.
- [11] Electrical Steel—Methods of Measurement of the Magnetostriction Characteristics by Means of Single Sheet and Epstein Test Specimens. NEN NPR IEC/TR 62581-2010.
- [12] 祝丽花, 杨庆新, 闫荣格, 等. 考虑磁致伸缩效应电力变压器振动噪声的研究[J]. 电工技术学报, 2013, 28(4): 1-6.
- [13] 李世芸, 肖正明. 弹性力学及有限元[M]. 北京: 机械工程出版社, 2016.
- [14] 张仕民, 丰遥. 基于振动信号的变压器铁芯与绕组故障区分方法[J]. 电测与仪表, 2021, 58(6): 161-166.
- [15] 刘旭光, 顾小虎, 于春雷, 张晓同, 刘斌, 杨庆福. 基于有限元方法的变压器铁芯优化仿真[J]. 电测与仪表, 2017, 54(15): 18-22.
- [16] 赵紫薇, 汪友华, 火彩玲. 变压器环形铁芯建模和剩磁测量[J/OL]. 电测与仪表, 1-7. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1202.TH.20210104.1145.002.html>, 2021-07-12.
- [17] 吴健, 韩文, 田昊洋, 姚金雄. 变压器铁芯电磁振动仿真及影响因素研究[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(2): 576-582.
- [18] 李长云, 郝爱东, 娄禹. 直流偏磁条件下电力变压器振动特性研究进展[J]. 电力自动化设备, 2018, 38(6): 215-223.
- [19] 王佳音. 硅钢片磁致伸缩及直流偏磁下变压器振动噪声问题研究[D]: [博士学位论文]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2015.
- [20] 刘宏亮. 变压器铁芯振动噪声的多物理场耦合问题研究[D]: [硕士学位论文]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2014.