

# 高中数学拓展性课程教学策略及开发路径研究

姜泽睿

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年10月12日; 录用日期: 2024年1月5日; 发布日期: 2024年1月17日

## 摘要

拓展性课程作为基础性课程的延伸与发散, 具有其独特的作用和意义, 多元性、发展性、创造性、生活性都是其最重要的特征。对于高中数学拓展性课程的开发应该坚持以学习者为中心的思想, 秉承搭建趣味情境激发学生兴趣、设置问题链贯穿教学过程、增加交互设计引导师生沟通、明确内容主题驱动任务完成等策略, 在学习者、教授内容、授课者之间做好平衡。在此基础上, 提出了四条开发路径: 图形结合, 丰富数学教育内容; 实践操作, 落实数学探究活动; 技术辅助, 提升数学教学效率; 文化陶冶, 贯彻数学核心素养。

## 关键词

拓展性课程, 教学策略, 开发路径

# Research on Teaching Strategies and Development Paths of High School Mathematics Expansionary Curriculum

Zerui Jiang

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Oct. 12<sup>th</sup>, 2023; accepted: Jan. 5<sup>th</sup>, 2024; published: Jan. 17<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

As the extension and divergence of the basic curriculum, the expansionary curriculum has its unique role and significance, and its most important characteristics are diversity, development, creativity and liveliness. For the development of high school mathematics expansionary curriculum, we should adhere to the learner-centered idea, adhere to the strategies of building interesting situations to stimulate students' interests, setting up problem chains to run through the teaching process, adding

interactive design to guide the communication between teachers and students, and clarifying the content theme to drive the task completion, so as to make a good balance between learners, teaching content, and communicators. On this basis, four development paths are proposed: graphic combination to enrich the content of mathematics education; practical operation to implement mathematical exploration activities; technical assistance to improve the efficiency of mathematics teaching; and cultural edification to implement the core literacy of mathematics.

## Keywords

Expansionary Curriculum, Teaching Strategies, Development Paths

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 问题提出

21 世纪的社会发展要求人才的多样化、层次化、创造化、实践化，为了适应新时代的变化，中学课程也作出了相应的改变，推出了系列拓展性课程，完善教学体系建设。它主要作用于普通中小学，目的是为了延伸学生知识激发其潜能，并且给未来学习方向提供重要参考[1]。以国家总体改革为旗帜、学科自身发展为动力、相关课程标准为指南、学校具体要求为目标、学生终生长成长为结果，培养现代化服务型人才，以满足各行各业的需求。2021 年 7 月，中共中央办公厅、国务院办公厅印发了《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》[2]。“双减”政策的施行对于拓展性课程的开展起到助推剂的作用，也是课程转型的要求使然。随着教育改革的深入，拓展性课程在学校课程中的地位逐渐提高，尤其是义务教育阶段。然而，与之相近的普通高中对于拓展性课程的关注明显不够。众多实践研究表明，大量学校为了追求教学成绩，依然采用“唯分数论”思想，淡化了学科课程核心知识以外的教育。以致教师为了完成教学进度，盲目提升教学速率，将拓展性内容不断压缩，甚至直接跳过。

高中数学拓展性课程意在吸引学生的学习注意力，拓宽知识面，培育学生数学核心素养，是在完成数学基础性课程之上进行的内容延伸。在一线的教学实际中，数学拓展性课程容易沦为数学基础性课程的附属物。对比于基础性课程有鲜明的教学载体和教学模式，能提供具体的教学设计，拓展性课程的活动设计缺乏实际经验。一个完整课时的预设方案可能达不到预料效果，其中每一环节的设置都是需要实践来进行检验的，鉴于教师缺少参考案例，对该课程的操作度并不熟练，往往就形成了“高值低效”的结果[3]。由此可见，拓展性课程则仍处于摸索阶段，需要不断完善来构建系统的拓展性课程。文章针对当前普通高中阶段数学拓展课程的教学现状，探索开发路径以及教学策略，以期为学校开发和实施拓展性课程给出参考性建议。

## 2. 数学拓展性课程特性

数学拓展性课程是以促进学生全面发展为目标，坚持学生的主体性，满足个性化的学习需要。作为基础性课程的补充，内容表现一脉相承，同时也将更多知识进行拓展延伸，对于学生的认知体系建构起到至关重要的作用。它本身具有独特的风格，主要的课程特性包含以下方面。

### 2.1. 多元性

拓展性课程一般是考虑到区域协调发展，根据地方特色由政府及学校共同开发和实施。合理规划校

内、校外资源，充分调度各级人员分工协作，完善课程模块。选用的主题和案例种类繁多，章节架构有条不紊，内容样式丰富多彩。数学类拓展性课程以数学知识为根基，同时与其他学科也进行了深度融合，实现跨学科设计。多种类型的叠加，也使得学生学习的过程中能够包罗万象。不仅了解本学科的内容，也可以探索学科外的知识，满足不同学生的学习需要。

## 2.2. 发展性

拓展性课程的搭建是立足于地域特征和学校建设，随着时代的更迭和岁月的流逝，这些长期的稳定形态也会逐渐发生变化。拓展性课程更是如此，它不是一层不变，需要用发展的眼光去看待。知识时代，信息的更新速度远超想象，特别是流媒体的广泛使用，例如抖音、微视等软件。对于妥善利用时间的学习者来说，大家在娱乐的同时，也能汲取到很多知识。从基础课程来看，它的开发、设计、实施会经历较长一段时间，例如人教版教材大概 12 年更换一次。拓展性课程与基础性课程不同，它的适用年限可以适时下调，3~5 年进行调整，紧随时代潮流，将最新最重要的资源进行整合，完整地呈现给学习者。

## 2.3. 创造性

《普通高中数学课程标准(2017 年版 2022 年修订)》明确指出要使学生得到全面发展，增强探究合作意识，促进创新本领养成[4]。拓展性课程应该多以创新内容为主，增加学生未曾谋面的内容，让学生自主的发动大脑去搜索以前的知识，并且通过合理利用解决问题。拓展性课程有别于基础性课程的固定内容，开发者可以适时加入新型元素，以某个知识点为触手，提供不同角度的方法、技巧，解答数学知识难题，挖掘学生的潜能，培养数学高阶思维能力。不断向外发散，形成庞大的知识网络体系。

## 2.4. 生活性

拓展性课程是对基础性课程的弥补，是连接学科知识与生活实际的桥梁。内容分布多以实际应用为主体，渗透各种学科思想。在课程制作的过程中应该邀请不同的教育群体给出综合性的意见，集思广益。例如高校教师、教育研究员、一线中小学教师以及一些其他的教育工作者，结合自身的生活经验，设置贴近教学的内容。充分考虑到学生的心理发展与承受能力，多添加趣味生活案例，激发学生的学习兴趣，并且产生与自我生存环境的共鸣。教学案例要体现理论与实践的结合，具有生活化气息，尽量做到与社会接轨，兼顾到各行各业的需求。

## 3. 数学拓展性课程教学策略

数学拓展性课程的面向对象主要是普通中小学学生，它的实施与平常的基础性课程基本一样，教师需要预先谱写完整的教学设计，选用合适的教学策略进行教学。通过对普通高中数学拓展性课程的研究，给出如下教学策略。

### 3.1. 搭建趣味情境激发学生兴趣

高中数学教学内容的难度和篇幅相比于初中阶段有了较大提升，并且多以理论形式出现，教师的言传身教依旧是一线教学的主打方式。只是一味平铺直叙地向学生传递知识，往往学生会容易陷入被动接受学习的疲惫感，久而久之，更强烈的厌恶感也会出现，导致大量学生出现厌学、放弃的念头。因此，搭建一个贴近知识原型的情境是必要的。它可以让学生对于新知识产生浓烈兴趣，减少适应新知所需的时间，激发自我学习的意愿。同时，也需要注意情境的科学恰当性，要能紧扣教学的主题，并且符合学生当下阶段的认知水平，不宜过高，也不能太低。由于国家性的教材往往使用年效比较长久，那么在整体情境的设计开发中需要考虑到前瞻性，紧贴时代发展的潮流。

良好的教学情境还可以为多个知识点搭建桥梁，起到自然过渡的作用。例如，在平面向量与空间向量的学习中，为了将几何代数化，引入了向量的坐标表示。又由二维发展到三维，增加  $z$  坐标轴，形成  $o-xyz$  坐标系，将研究范围进一步扩大至空间。整个内容在学科课程中横跨人教 A 版必修二和选择性必修一两本教材，间隔四章内容。在拓展性课程的开发中，可以设置完善的情境流程，以“解决实际生活中向量间的加减问题”为起始点，将“形数结合”作为导向，然后在思考进行中提升“问题维度”，最后再作用于“现实问题”，将这两部分的内容进行融合。因此，情境的设计并不统一，以学生的更好理解和感悟作为目标，对于不同的拓展性课程，可以选择不同类型的情境，形成丰富多样的教学方式。

### 3.2. 设置问题链贯穿教学过程

从教师的教学设计方面来看，教学目标奠定了整节课的动态走向，是教师想要传递给学生知识的外在体现，它一般都是期望学生能够达到某种程度，解决某些问题。对于学生来讲，从问题的提出到问题的解决，不单单就只是这一个问题，一般会进行追根溯源，由最终需要解决的问题，不断向前进行逆推，形成一系列问题链，串联教学过程[5]。例如，在证明空间中面面垂直的判定定理的过程中，需要得到的是线面垂直，线面垂直的证明又需要倒推出线线垂直。因为每一步的问题都可以单独作为一个子问题进行研究，于是就可以形成“线线垂直→线面垂直→面面垂直”的完整问题串。在解决问题的过程中，学生也会领悟到将大问题逐步细分为小问题的感受，由复杂新知的探索解决回落至旧知或者简单新知，最终根据原本的基础问题解决实际所求问题。

从学生的学习进程来看，问题的解决是循序渐进的，会经历过许多基础的小型阻碍，需要把它们当作跳板，一步步地跨越这些难题。这些跳板的设置需要具有层次性和逻辑性，保证是通向最后的胜利。学生也能在一步步地上升中，提高理论知识与思想高度，更加全面地去分析解决问题，这对于数学核心素养地贯彻是非常有必要的，培养学生观察世界的数学眼光、思考世界的数学思维、表达世界的数学语言，将数学思想融入实际行动之中。

### 3.3. 增加交互设计引导师生沟通

教学从来不是教师的独角戏，更多的时候应该关注到学生的动态，使学生在教师的引导下能够主动地思考。最终学生获得知识体系和人生经验，培养出人格健全、全面发展的人才。在《2017年版普通高中数学课程标准》中指出“教师为主导，学生为主体”的要求。因此，在一线的课堂教学中，教师不能只是照本宣科的独自表演，应该设置师生互动环节，在双方的有效沟通中进行知识的传递。交互的形式可以是多种多样的，抛出问题让学生回答，提出想法与学生共同讨论，选择课题让学生上台展示等，主要是体现出老师与学生在课堂上思想交流火花的碰撞。

在现实世界中的交互，更多呈现出来的是人与人之间的交流，这与教学的基调是一致的。整个教室就是一个社会，每一个小组是不同的派别，大家有着共同想法的同时，也保留着自己独特的见解。因此，就会形成各个小组与老师之间的相互讨论以及自身的保留意见。例如，在教学指数函数图像的性质时，教师不急于给出结果。主动权应该交予学生自己，让学生通过之前学习过的五点作图法动手画出  $y = 2^x$  与  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  的图像，然后提出有关问题让学生思考：这两个图像有什么特征呢？是不是所有指数函数的图像都是这样的呢？

### 3.4. 明确内容主题驱动任务完成

在课堂教学中，明确教学内容的主题是必要前提，也是贯穿整节课堂的中心主旨。只有知道了“教什么”，才会进行下一步的“怎么教”以及“为什么教”。高中数学主要可以分为四大主线，分别为函



数、几何与代数、统计与概率、数学建模活动与数学探究活动[6]。每个主线下又细分出不同的知识群体，有着自己的独特主题。在教学实践中，需要紧扣住这些主题，然后发散出相关知识点，了解其含义、性质、关系以及应用等。在主题的牵引下，教师能更好地向学生传递本节课需要掌握的知识，学生也能随着主题的导向，逐步寻找线索，迈向成功的口岸。主题式教学也是当今拓展性课程较为流行的教法，它以不同的模块分主题式展开排列，学生可以接受更加复杂的内容，提升高阶思维，锻炼人格品质。

主题能决定整节课的教学方向，不同主题的课堂对于教学方式的选择也不尽相同[7]。例如，“最值问题”一般以不等式或者函数单调性来求解，在规定的取值范围下得到最小值或者最大值。“函数零点问题”多以数形结合的形式出现，通过作图，得到图像的交点个数即为所求。“概率问题”多以分布列的样式解决，通过对题目材料进行分析，判断出是二项分布、超几何分布还是正态分布，获取值与所占比例或概率，列出表格，最后选用合适的解法得到所需结果。在主题的交相辉映下，教学的目的与层次变得更加明显，教学的设计与开发也更加优化。

## 4. 数学拓展性课程开发路径

### 4.1. 图形结合，丰富数学教育内容

高中数学施行的教材偏向成熟风，这与本阶段的学习者心理成长的程度相适应，但也不乏一些图形的解释说明。在不同的章节内容之间，以点缀式、附加式、复制式、顺应式和复制式等形式散布，增添了教材的活力，掩盖了纯文本的枯燥。同时也丰富了教学内容，使之有了更多的可能性。

**例9** 图 1.4-23 为某种礼物降落伞的示意图，其中有 8 根绳子和伞面连接，每根绳子和水平面的法向量的夹角均为  $30^\circ$ 。已知礼物的质量为 1 kg，每根绳子的拉力大小相同。求降落伞在匀速下落的过程中每根绳子拉力的大小（重力加速度  $g$  取  $9.8 \text{ m/s}^2$ ，精确到  $0.01 \text{ N}$ ）。

**分析：**因为降落伞匀速下落，所以降落伞 8 根绳子拉力的合力的大小等于礼物重力的大小。8 根绳子的拉力在水平面的法向量方向上的投影向量的和向量与礼物的重力是一对相反向量。

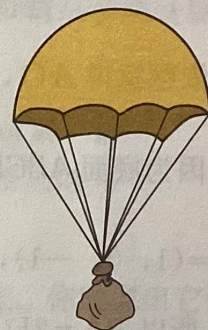


图 1.4-23

Figure 1. Example of graphic combination

图 1. 图形结合例题

图 1 是关于数学与物理融合的图形结合例题，对于大部分学生来说，数学与物理是高考中的重难点学科，将两者放在一起，更是使学生难以承受[8]。右边的小图形不仅可以缓解学生自身的压力，更能够使之完善地理解题目含义。

### 4.2. 实践操作，落实数学探究活动

学科课程对于理论知识的传播影响巨大，注重过程与方法的掌握。理论会使学生停留在纸张之上，无法真切地感受到现实的魅力。学生最终是要面向社会，成为一个学会独立生存的个体。光有理论的支撑不足以形成稳固的生存技能，需要有实践操作的空间。自己的动手实操，不仅能懂得该课题的实际目的与意义，也能了解每一步的详细过程，知晓利弊，不断地提升与进步。因此，实践操作也是必不可少的，在拓展性课程中应该着重强调数学类实验。

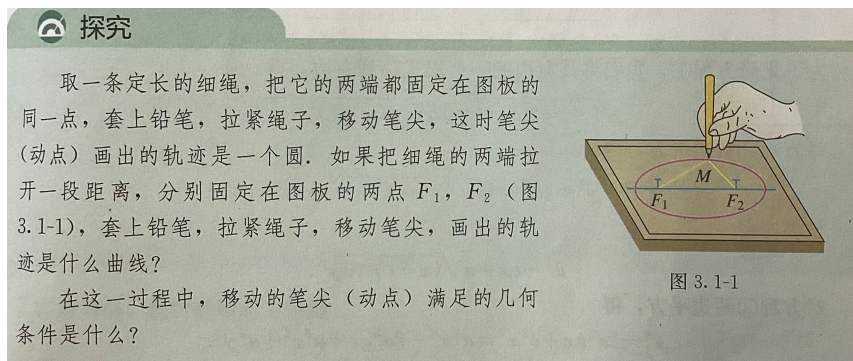


Figure 2. Ellipse formation exploration activity  
图 2. 椭圆形成探究活动

数学类探究活动是一种层次较高、活泼生动的教育活动。它展示着数学的神奇智慧和艺术魅力。在学生的探索过程中，能起到开发智力的作用，使其亲身感受到数学思想的魅力无穷，数学方法的优异独特。使学生不断燃起探知数学的欲望，并且在其中找到数学乐趣，产生对数学的憧憬。在高中阶段，程序设计、图形显示、方程求解、数值计算、函数迭代、几何证明、概率统计、优化问题、轨迹问题、回归分析等都可以选取恰当的探究实验，使教学与自身发展有机融合。图 2 是高中函数中关于圆锥曲线的探究活动，关于椭圆是如何形成的[9]。如果只是单纯地向学生介绍椭圆的轨迹与画法，他们并不能深刻地体会到椭圆的来源，教师布置探究任务，邀请学生上台实际操作，根据提示一步步画出图形，感受到画图的魅力以及完成任务的喜悦感。

#### 4.3. 技术辅助，提升数学教学效率

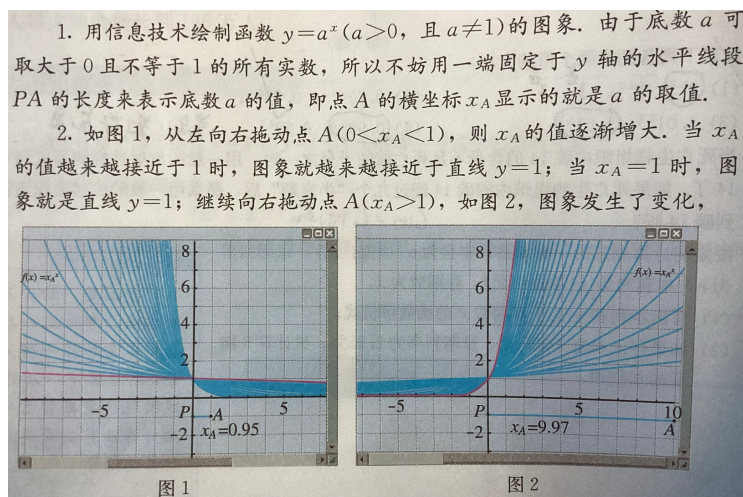


Figure 3. Transformation diagram of exponential function using information technology  
图 3. 指数函数利用信息技术变换图

随着科学技术的迅猛发展，大数据、人工智能、虚拟现实等已经深入大众生活[10]。在教育实践中，信息技术早已成为了必不可少的教学手段。它能够提升教学效率，贡献更佳的教学成果。它不仅是解决数学问题的重要工具，同时也是促进理解的数学认知工具。在整个信息技术与数学教学融合的大环境中，将教师、学生、教材合理地进行融合，是数学教育与数学改革的重点。将文字、影音、图像等有机融合，用最精简的方式表达出最多样化的内容，体现出它的容量大、机动性高、趣味性强的特色，教学环境的



改善、教学手段的更新为数学教学带来了新的活力。

在高中数学教学中，信息技术的使用能够提高学生对问题的观察、分析、解决和应用，让学生置身其中，产生与教学内容的共鸣。同样地，提高了学生的动手能力，模拟知识的发生过程，揭示数学规律，有助于学生的自主学习探索。它也能使知识的呈现更加直观，将数学知识还原到实际生活与具体事物中，减少学生对于数学问题的抽象化。给予他们身临其境的感觉，在数学内容与学习者之间架起一座明晰的桥梁。例如，对于指数函数图像与性质的研究，如图3所示。在以往的教学过程中，由于时代与技术的限制，教师只能列举出几个重要的特例使学生被动的接受记忆。利用信息技术，可以快速地展示底数不同的指数函数的走势，并且能够详细地观察它们的变化过程，使学生自己动手，真切地感受函数的变化过程。同时，在日常教学中逐渐摸索和体会信息技术与数学教学相整合的经验，更重要的是还要合理运用现代信息技术，优化高中数学课堂教学，不断从中获取经验教训。

#### 4.4. 文化陶冶，贯彻数学核心素养

西方主要的数学著作《几何原本》注重对于知识的详细解释说明，中方的《九章算术》则以解决实际问题为主。双方的作用方式虽然不尽相同，但是都体现了数学文化的璀璨文明。数学文化是数学知识的图腾，代表着数学发展的脉络。对于中国古代传统数学中的逻辑与算法，应该吸收所有对于人类有益的文化创造，西方的文化信仰可以借鉴，取其精华，去其糟粕，将民族性与世界性合理地结合。

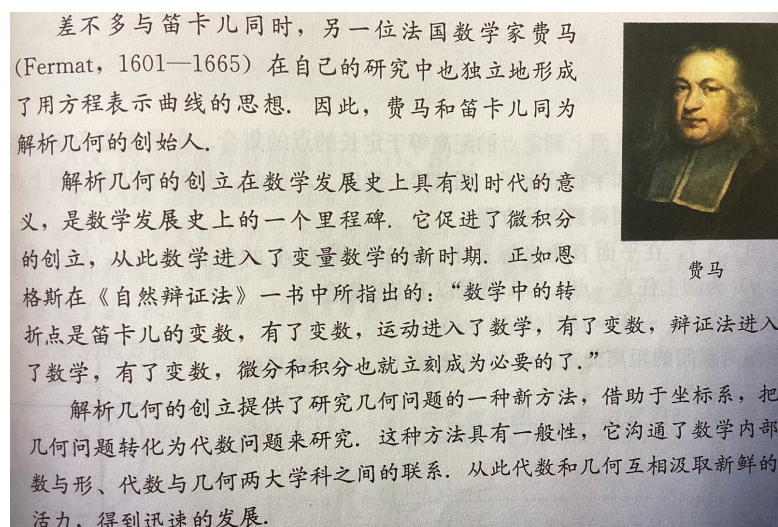


Figure 4. Cultural map of analytic geometry mathematics

图 4. 解析几何数学文化图

图4是关于解析几何创始人费马的介绍，它能够让学生对于这部分高中难度较大内容理解得更加透彻，这些历史人物创建数学体系的过程与精神也会带给后人长久思考。可以适时地在教材中穿插数学有关的背景知识，如《周髀算经》、珠算等中国传统数学成就和祖冲之、华罗庚、陈景润等数学家的事迹。结合教材内容和编排，将数学文化有机地融入教材中，帮助学生在学数学知识的同时，更深入地理解数学的本质和作用，增强他们的学习兴趣和动力，提高他们的数学素养和综合素质。

## 5. 总结

第一，拓展性课程作为学科课程的延伸，旨在培育学生的自主探究意识，开拓学生眼光。它所传递和表达的内容需要具有较强的综合性，在设计与开发的过程中不能只局限于某一种形式，可以采取多种

样式进行融合。各个模块的内容在互相分离的同时，也应该考虑到学习者自身的接受状况来进行排版。选取的案例要具有代表性，能突出本节课所想要表达的主题。例习题的设置可以具有一定的深度与难度，有利于学习者的自我探索与思考。作为学生学习的后续课堂，它的重要程度不言而喻。开发者们应该考虑到众多影响因素，更好地建设拓展性课程。

第二，教育者对于拓展性课程应该加以重视，不能仅仅将其作为学科课程的附属物。决策者也应该扩大拓展性课程的影响，呼吁更多的教育团队研究、分析其教育原理、内容、意义等。在教学实际中，需要将拓展性课程摆上台面，加大其课时量。新课标强调在掌握了基础性知识的同时，需要了解相应的拓展性内容，注重学生能力的提升。要摆正拓展性课程的位置，以学生的思想和行动作为培养要素，重视核心素养的建立。符合新时代教育的特征，凸显数学教育特色。

## 参考文献

- [1] 国新办举行《关于深化教育教学改革全面提高义务教育质量的意见》发布会[J]. 人民教育, 2019(Z3): 12-18.
- [2] 教育部. 中共中央办公厅 国务院办公厅印发《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》[EB/OL]. [http://www.moe.gov.cn/jyb\\_xxgk/moe\\_1777/moe\\_1778/202107/t20210724\\_546576.html](http://www.moe.gov.cn/jyb_xxgk/moe_1777/moe_1778/202107/t20210724_546576.html), 2021-07-24.
- [3] 浙江省教育厅. 浙江省教育厅办公室关于建设义务教育拓展性课程的指导意见[EB/OL]. [https://www.zj.gov.cn/art/2015/9/18/art\\_1229400468\\_59052567.html](https://www.zj.gov.cn/art/2015/9/18/art_1229400468_59052567.html), 2015-09-18.
- [4] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 3, 10, 13-14, 36.
- [5] 高翔, 张波. 高中数学教师“问题串”教学法的调查研究[J]. 教学与管理(理论版), 2015(4): 105-108.
- [6] 渠东剑. 核心素养: 教学的第三条主线[J]. 数学通报, 2020, 59(3): 20-24.
- [7] 汪健, 任念兵. 高中数学主题教学之“概念类主题”——以高中数学中“比”的概念为例[J]. 数学通报, 2021, 60(8): 22-26.
- [8] 马艳波. 新课程背景下高中数学变式题设计方法探析——以“数形结合思想在函数问题中的应用”一课教学为例[J]. 延边教育学院学报, 2022, 36(3): 143-145.
- [9] 徐方. “数学三个世界”视域下的椭圆及其标准方程的教学设计与实践[J]. 天津师范大学学报(基础教育版), 2022, 23(2): 50-54.
- [10] 赵亮, 刘美丽. 高中数学与人工智能交叉融合的教学案例研究[J]. 数学通报, 2022, 61(11): 6-8.