

# BOPPPS教学模式在高等数学混合式教学中的应用

蒋依夏<sup>1,2</sup>, 郭继东<sup>1,2</sup>, 刁玉存<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>伊犁师范大学数学与统计学院, 新疆 伊宁

<sup>2</sup>伊犁师范大学应用数学研究所, 新疆 伊宁

收稿日期: 2022年3月17日; 录用日期: 2022年6月17日; 发布日期: 2022年6月24日

## 摘要

《高等数学》是理工科专业本科一年级的必修和基础课程, 是学习后继相关课程的基础, 也是学习其它课程的基础, 是数学在其它学科应用的基础课程。本文综合运用任务驱动法与BOPPPS教学模式的优势, 提出了基于任务驱动与BOPPPS教学模式结合的高等数学线上线下混合式教学方法, 混合式教学不是简单的技术混合, 而是以学生为中心的, 为学生创造一种真正高度参与性的、个性化的学习体验, 混合式教学将成为未来教育的“新常态”。曲率是描述平面曲线弯曲程度的量, 是一元微分学中导数应用部分继函数单调性与曲线的凹凸性、函数的极值与最值之后导数的另一几何应用, 同时也是工程设计、道路桥梁设计的理论基础。曲率在生产与生活中有着广泛的应用。本文以曲率的教学为例, 在金字塔理论的基础上, 采用BOPPPS教学模式和任务驱动的教学方法, 得出了以学生为中心的线上线下融合的混合式教学设计。

## 关键词

混合式教学, 曲率, BOPPPS理论, 任务驱动, 金字塔理论

# Application of BOPPPS Teaching Mode in Blended Teaching of Advanced Mathematics

Yixia Jiang<sup>1,2</sup>, Jidong Guo<sup>1,2</sup>, Yucun Diao<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>School of Mathematics and Statistics, Yili Normal University, Yining Xinjiang

<sup>2</sup>Institute of Applied Mathematics, Yili Normal University, Yining Xinjiang

Received: Mar. 17<sup>th</sup>, 2022; accepted: Jun. 17<sup>th</sup>, 2022; published: Jun. 24<sup>th</sup>, 2022

文章引用: 蒋依夏, 郭继东, 刁玉存. BOPPPS 教学模式在高等数学混合式教学中的应用[J]. 创新教育研究, 2022, 10(6): 1391-1402. DOI: 10.12677/ces.2022.106223

## Abstract

Advanced Mathematics is a required and basic course for the first year of science and engineering major. It is the basis of learning subsequent related courses, but also the basis of learning other courses, and it is the basic course for the application of mathematics in other disciplines. Based on the advantages of task driven method and BOPPPS teaching mode, this paper puts forward an online and offline blended teaching method of advanced mathematics based on the combination of task driven method and BOPPPS teaching mode. Blended teaching is not simply a mixture of technology, but a student-centered one, creating a truly highly participatory and personalized learning experience for students, and blended teaching will become the “new normal” of future education. Curvature is the quantity describing the bending degree of the plane curve, which is another geometric application of the monotony and the convexity, the extremum of the function and the maximum value, and is also the theoretical basis for engineering design and road and bridge design. Curvature has been widely used in production and life. Taking the teaching of curvature as an example, this paper adopts BOPPPS teaching mode and task driven teaching method on the basis of pyramid theory, and obtains a blended teaching design of online and offline integration centered on students.

## Keywords

Blended Teaching, Curvature, BOPPPS Theory, Task-Driven, Pyramid Theory

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

中国现在走在实现中华民族伟大复兴的路上，需要大批的优秀建设者和接班人。数学是科学之母，科学要实现现代化，就要将数学搞好，数学不成功，科学就不成功，科学不成功，国家就不可能强大[1]。2019年教育部出台了深化本科教学改革全面提高人才培养质量的意见，要求全面提高课程建设质量，着力打造一大批具有高阶性、创新性和挑战度的线下、线上、线上线下混合、虚拟仿真和社会实践“金课”。积极发展“互联网+教育”、探索智能教育新形态，推动课堂教学革命。还要求将思想政治教育贯穿人才培养全过程，把课程思政建设作为落实立德树人根本任务的关键环节，坚持知识传授与价值引领相统一[2]。

## 2. 相关理论概述

### 2.1. BOPPPS 理论

BOPPPS 教学模式起源于 20 世纪 70 年代加拿大的教师教学技能工作坊 Instruction Skill Workshop (ISW)项目，BOPPPS 教学模式[3]为高等数学教学模式的改革提供了一个良好的思路。该教学模式包括导入(Bridge-in)、目标(Objective)、前测(Pre-test)、参与式学习(Participation)、后测(Post-test)和总结(summary)六个教学环节，从学生的兴趣点或易于理解的内容出发，在充分了解学生学习基础的情况下以参与式学习为核心，实现教学目标，并以后测环节反馈教学目标是否实现，最后进行总结和整理，梳理相关知识体系，对学习内容进行巩固。BOPPPS 教学模式具有以下特点：1) 强调师生的互动。2) 强调以学生为中心的教學理念。3) 强调及时反馈学生的学习效果，以便教师及时调整教学进度及教学难易度。

王晓丽[4] (2021)等进行了基于 BOPPPS 教学结构的混合教学模式在高等数学教学中的应用,以凑微分法求不定积分这节课为例,依据学生学情进行启发式、引导式、互动探究式教学,体现了以学生为主体,以教师为主导的教学形式,提升了教学效果。刘江蓉(2021) [5]进行了基于 BOPPPS 模块的高等数学系统化教学设计与实践,整合教学资源,搭建网络教学平台,融合信息化教学工具,实现了基于 BOPPPS 模块的高等数学系统化教学设计:从课程的顶层教学设计,到单元(模块)的教学设计,再到节(知识点)的信息化教学设计,并在实践中进行了应用探索,效果显著。张丽(2021) [6]等进行了基于问题驱动-BOPPPS 教学模式在高等数学混合式教学的应用,在利用实际问题的背景下,构建了基于层次递进的问题驱动+BOPPPS 的教学模式,并以微分中值定理的教学为例,展示了它的混合式教学设计。

传统课堂上单向传输、缺乏双向互动的教学模式已经不能适应这种以学为主、以学生为中心的新时代教学理念,培养学生的自主学习能力、合作与分享等方面的高阶目标也难以达成。BOPPPS 的教学模式能使学生从被动接受知识到主动探寻知识,使教师从主动灌输知识转变成成为问题的设计者和学生学习的引导者,并且 BOPPPS 的教学模式对于培养学生的高阶能力有重要的作用。

## 2.2. 学习金字塔理论

学习金字塔理论[7]是由美国学者埃德加·戴尔(Edgar Dale)在 1946 年首先提出的。该理论用数字形式形象地表明不同学习方式与学习效果之间的关系,听讲、阅读、视听与演示四种学习方式属于被动学习,学习内容平均留存率分别是 5%、10%、20%与 30%,而讨论、实践与教授给他人这三种学习方式属于主动学习,学习内容平均留存率分别是 50%、75%、90%,具体内容见图 1。

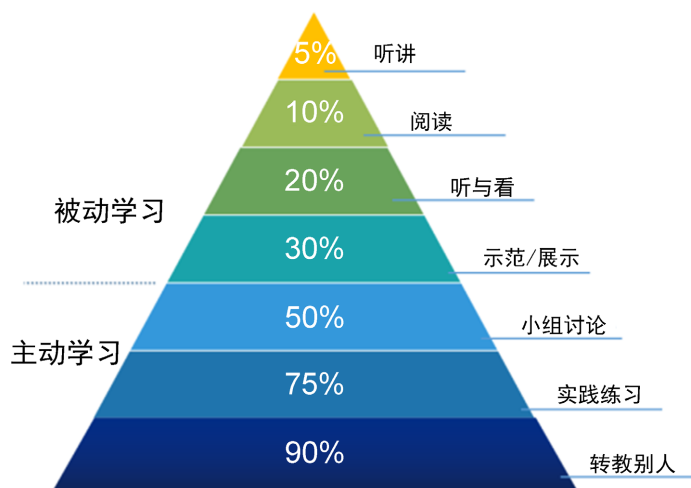


Figure 1. The learning pyramid  
图 1. 学习金字塔

## 3. 教材分析

《高等数学》是理工科专业本科一年级的必修和基础课程,是学习后继相关课程的基础,也是学习其它课程的基础,是数学在其它学科应用的基础课程。高等数学课程对培养学生的逻辑推理能力、空间想象能力和抽象思维能力有着重要作用,对构建学生的数学认知体系和提升学生的数学涵养与素质有着不可替代的作用。本节内容选自《高等数学》(上册)同济大学数学系编(人民邮电出版社)。曲率是描述平面曲线弯曲程度的量,是一元微分学中导数应用部分继函数单调性与曲线的凹凸性、函数的极值与最值之后导数的另一几何应用,同时也是工程设计、道路桥梁设计的理论基础。曲率在生产与生活中有着广

泛的应用。所以，这部分内容能深刻体现理论联系实际，是培养学生数学应用能力，体验和感受数学价值的非常重要的载体。

#### 4. 学生分析以及重难点分析

学生在第一章学习了极限的概念，极限的计算，更重要的是学生了解了高等数学的一个重要的思想方法：极限的思想。在第二章的学习中，学生学习了导数的概念，体会函数的平均变化率以及瞬时变化率的关系，从平均变化率过度到瞬时变化率时所采用的极限思想。另外在 2.3 微分的概念与应用这节内容的学习中，学生学习了微分的概念，微分的计算方法，微分与增量的关系，体会以直代曲，近似替代的思想方法。学生虽然有了这些认知基础，但是学生对高等数学微积分数学思想方法的体会还处于模糊和朦胧的状态，体会并不深刻，函数的微分与函数增量的关系理解也比较浅，迁移和应用到本节课，理解认识到  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta \alpha = d\alpha$ ， $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta s = ds$  的极限关系，还有很大的困难。

#### 5. 重难点分析

为什么要研究曲率？曲率的意义价值与用途？探究曲率的概念定义，曲率与哪些因素有关？得出平均曲率的表达式(近似思想)，一点处的曲率(极限思想)，利用极限思想，由平均曲率过度到一点出的曲率。 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta \alpha = d\alpha$ ， $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta s = ds$  的极限关系。曲率计算公式的推导。曲率的直角坐标系下的计算公式推导。 $d\alpha$  与  $ds$  的表达式推导。

重难点突破方法：1. 理论联系实际。以曲率在生产生活中的应用进行引入，且从数学内部的理论发展需要，研究弯曲程度两方面进行引入。授课内容紧密结合曲率的应用。形象，直观化。数学概念较为抽象，学生不易理解，因此，利用图片，视频，自制教具，砂轮实物，利用操作演示的方法。以便学生更好的理解概念。2. 培养学生高阶能力。通过课前任务单，课前查阅网络资料，阅读课本，课堂小组合作讨论，面向全班同学展示等途径培养学生的学生能力，思维能力，分析问题解决问题的能力，合作交流的能力，表达能力等高阶能力。

#### 6. 课堂教学过程设计

本节课教学流程如图 2 所示：

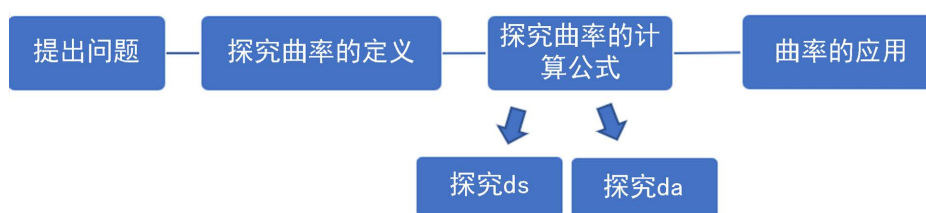


Figure 2. Classroom teaching process  
图 2. 课堂教学流程

##### 6.1. 导入环节(Bridge-In)

由于数学有内在的联系和外在的应用和联系两个方面，因此导入环节设计了两个方面的引入，第一个方面是从数学内部的发展入手，已经研究了曲线的增减性，凹凸性，应该研究曲线的弯曲程度了，所以需要研究曲率。第二个方面是数学是一个有广泛应用的学科，来源于生活且服务于生活，所以从曲率在生产生活中的应用入手进行导入，激发学生学习本节课的兴趣。

播放图片(图 3)：具有相同凹凸性的两条曲线，但弯曲程度不同。

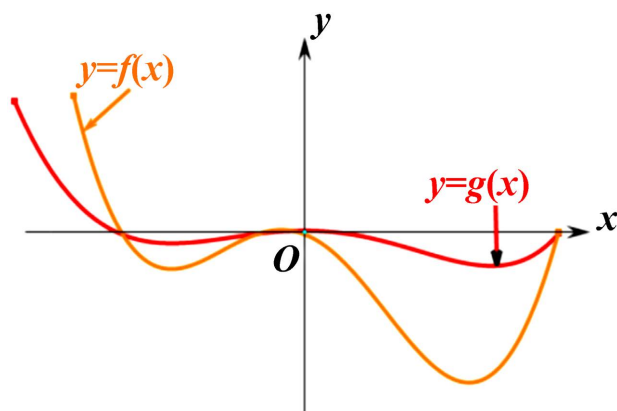


Figure 3. Function curves  
图 3. 函数曲线

播放在生产生活中运用曲率知识的视频(图 4), 例如砂轮打磨工件, 铁路弯道, 过山车等的设计, 曲率是曲面屏电视的核心技术指标。

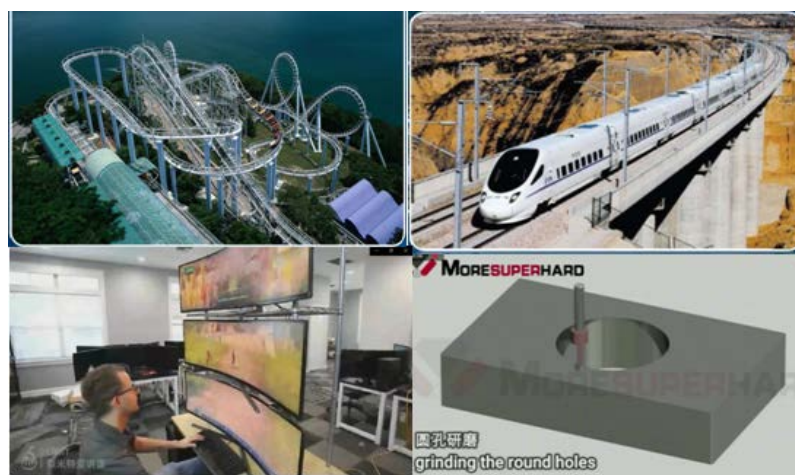


Figure 4. The application of curvature in production and life  
图 4. 曲率在生产生活中的应用

本环节课程思政融入设计: 感受数学来源于实践, 应用于实践, 体会数学的广泛应用性; 我国高铁技术世界领先, 培养学生家国情怀, 增强民族自豪感。

## 6.2. 目标(Objective)

通过引入环节, 自然而然的得出本节课学习目标, 通过学习目标的展示, 让学生更加明确学习内容, 以及能力目标和情感目标。

### 知识目标:

- 1) 理解曲率的概念。
- 2) 掌握曲率的计算公式, 并且会灵活运用。
- 3) 理解曲率半径和曲率圆的概念。

### 能力目标:

- 1) 理解极限思想, 能从平均曲率过渡到曲率。

2) 通过小组合作探究, 培养合作能力, 高阶思维能力, 表达能力, 搜集利用网络资源的能力。

**价值观目标:**

- 1) 体会数学知识在生产生活中的应用, 感悟数学来源于生活, 服务于生活。
- 2) 在数学知识的学习过程中培养敢于挑战困难的科学精神。

**6.3. 前测(Pre-test)**

由课前任务单代替, 课前任务单上面的具体问题以及我的课前学习疑问等可以帮助教师了解学生的学习情况。

**6.4. 参与式学习(Participation)**

师: 假设这是一个零件的内表面(见图 5), 现我们应该选取多大尺寸的砂轮对它进行打磨呢? 大家看这个砂轮(见图 6), 可以是可以, 但是有点小, 打磨的太慢了, 效率过低。我们换个大的, 这个可不可以呢? 也不可以, 它太大了, 细节磨不到, 如果一定要去磨细节的话, 会造成工件内表面的磨损。那么究竟选多大尺寸的砂轮才是比较合适的呢? 砂轮的大小与曲面的弯曲程度, 也就是这条截线的弯曲程度有关, 因此, 我们如何刻画曲线的弯曲程度呢?



**Figure 5.** AIDS work pieces  
**图 5.** 教具工件



**Figure 6.** AIDS grinding wheel  
**图 6.** 教具砂轮

师：一般的曲线在不同的地方，会有不同的弯曲程度。所以我们要刻画一条曲线在任意一点处的弯曲程度。

师：请同学们看我们课前任务单上面的问题 2，我们是如何得到一点处的切线斜率的定义的呢？

生：先在这个点 P 附近再找另一个点 Q，先表示出了割线 PQ 的斜率，再通过让点 Q 无限靠近点 P，对 PQ 的斜率取极限，得到了切线 PT 的斜率的定义。

师：请同学们看我们课前任务单上面的问题 3，我们是如何得到某一时刻的瞬时速度的定义的呢？

生：先表示出了 AB 的平均速度，再通过让  $\Delta t$  趋于 0，对平均速度取极限，得到了瞬时速度的定义。

师：我们可以采用什么办法来刻画一条曲线在任意一点处的弯曲程度呢？

生：我们也可以考虑先刻画一段曲线(一段弧)的平均弯曲程度，再通过让弧长趋于 0，对平均弯曲程度取极限，得到一点处的弯曲程度。

师：很好！我们先来解决弧段的平均弯曲程度的刻画问题，那么一个弧段的弯曲程度用与哪些因素有关呢？

教师用图 7 所示两个教具进行操作演示，得出以下结论：1) 当弧长相同的时候，曲线的弯曲程度越大，切线的转角越大。2) 当曲线段的转角相同，曲线段的长度越短，曲线段的弯曲程度越大。

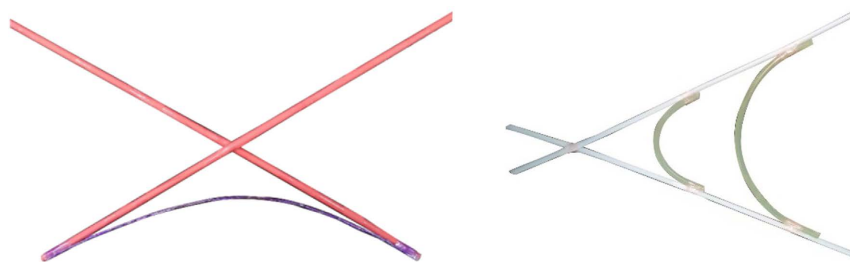


Figure 7. AIDS  
图 7. 教具

在光滑弧上(如图 8)自点 M 开始取弧段，其长为  $\Delta s$ ，对应切线的转角为  $\Delta\alpha$ ，定义弧段  $\Delta s$  上的平均曲率：

$$\bar{K} = \left| \frac{\Delta\alpha}{\Delta s} \right|.$$

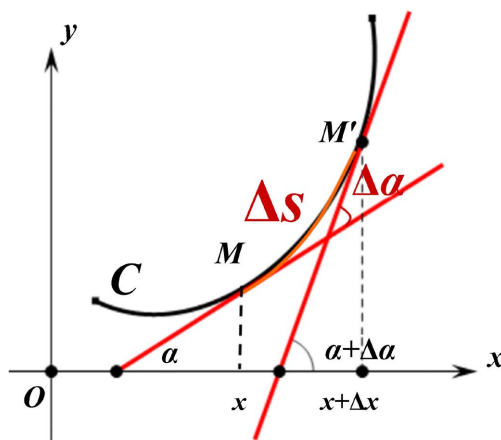


Figure 8. Smooth curve C  
图 8. 光滑曲线 C

师：如何由弧长的平均曲率得到某一点处的曲率？

生：对这个过程取极限，让这段弧的长度趋于 0，得点 M 处的曲率：

$$K = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta \alpha}{\Delta s} \right| = \left| \frac{d\alpha}{ds} \right|.$$

课程思政设计：类比思想，转化思想，事物之间是普遍联系的哲学思想，量变会产生质变的哲学思想，极限思想。

例：运用曲率定义计算直线(图 9)和圆(图 10)的曲率。

Figure 9. Straight line

图 9. 直线

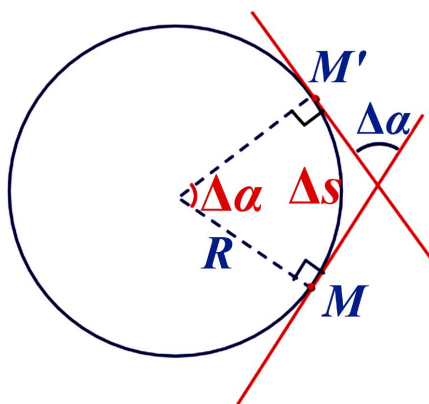


Figure 10. A circle with a radius of R

图 10. 半径为 R 的圆

师：直线给我们一种什么样的直观感受？

生：不弯曲。

师：下面我们从感性到理性，请同学们利用定义计算直线在任意点出的曲率。

生：0。

师：这与我们的直观感受是一致的。

例：运用曲率定义计算圆的曲率。

师：圆给我们一种什么感觉？

生：圆是轴对称的，中心对称的，任意一点出的曲率相同。

师：在一切平面图形中圆是最美的！

师：你感觉小圆与大圆谁的弯曲程度更大呢？

生：小圆比大圆的弯曲程度更大，半径越小弯曲程度越大。

师：下面我们从感性到理性，请同学们思考与分析如何利用曲率的定义计算圆上任意一点出的曲率？

师：大家开始计算。

师：哪位同学来给大家分享一下计算的思路与过程？

生：解：如图所示， $\Delta s = R\Delta\alpha$ ，

$$\therefore K = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta \alpha}{\Delta s} \right| = \frac{1}{R}$$



可见： $R$  愈小，则  $K$  愈大，圆弧弯曲得愈厉害；

$R$  愈大，则  $K$  愈小，圆弧弯曲得愈小。

师：讲的非常清楚！

师：通过计算我们得出圆上任意一点的曲率相等，都等于半径的倒数。半径越小的圆，曲率越大！这与我们的直观感受也是一样的。

课程思政融入：从感性认识上升到理性认识，感受数学是描述这个世界的语言。圆的对称性，感受圆的美，数学的美。

师：刚才我们利用曲率的定义轻松的计算出了圆上任意一点出的曲率，但是对于一般的曲线，用定义计算某一点处的曲率还是比较困难的。下面我们讨论，在直角坐标系下，曲率的计算公式。

(如图 11) 设曲线  $C$  的直角坐标方程为  $y = f(x)$ ，且  $y = f(x)$  二阶可导。曲率  $K = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta \alpha}{\Delta s} \right| = \left| \frac{d\alpha}{ds} \right|$ 。

要得出曲率的公式，我们就要得出  $d\alpha$  和  $ds$  关于函数  $y$  的表达式。

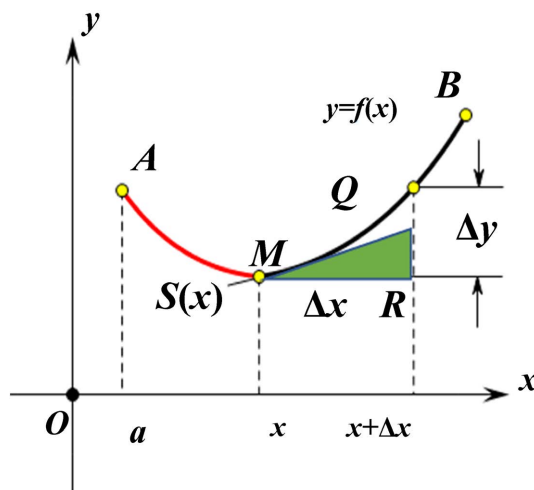


Figure 11.  $y = f(x)$

图 11.  $y = f(x)$

师：请同学们以小组为单位，利用教材，利用网络资源，思考和讨论  $ds$  的表达式推导方法。这个问题是我们课前任务单上面的任务，下面我们通过随机抽取小组的办法，抽取一个小组，抽出第  $x$  组，那 we 再通过随机抽取的办法抽取小组的一个成员，抽到  $x$  组的一个成员，进行  $ds$  表达式推导过程的讲解。

师：(如图 8) 请同学们以小组为单位，利用教材，利用网络资源，思考和讨论  $d\alpha$  的表达式推导方法。这个问题是我们课前任务单上面的任务，下面我们通过随机抽取小组的办法，抽取一个小组，抽出第  $x$  组，那 we 再通过随机抽取的办法抽取小组的一个成员，抽到  $x$  组的一个成员，进行  $d\alpha$  表达式推导过程的讲解。

先让学生进行讲解，学生讲解不了可以向其他同学求助，学生讲解不到位的地方再由老师进行补充。

师生共同努力推导出：
$$d\alpha = \frac{y''}{1+(y')^2} dx$$

$$ds = \sqrt{1+(y')^2} dx$$

$$K = \left| \frac{d\alpha}{ds} \right| = \frac{|y''|}{(1+(y')^2)^{\frac{3}{2}}}$$

课程思政设计：我们把曲线的弯曲程度曲率用数学定义，数学符号，计算公式表示出来，就可以进行量化的计算，数学是描述世界的语言。

师：如图 12，设  $M$  为曲线  $C$  上任一点，在点  $M$  处作曲线的切线和法线，在曲线的凹向一侧法线上取点  $D$  使

$$|DM| = R = \frac{1}{K}.$$

把以  $D$  为中心， $R$  为半径的圆叫做曲线在点  $M$  处的曲率圆， $R$  叫做曲率半径， $D$  叫做曲率中心。

师：在点  $M$  处曲率圆与曲线有怎样的关系？

生：1) 有公切线；

2) 凹向一致；

3) 曲率相同。

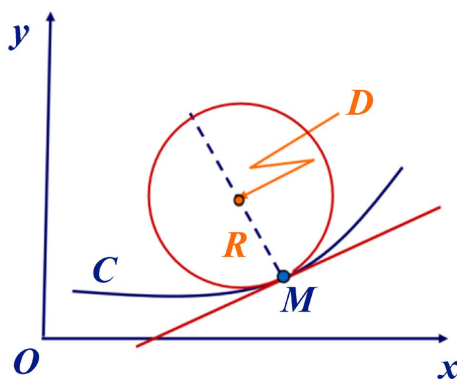


Figure 12. Round of curvature

图 12. 曲率圆

注：

1) 曲线上一点处的曲率半径与曲线在该点处的曲率互为倒数。

$$\text{即 } \rho = \frac{1}{k}, k = \frac{1}{\rho}$$

2) 曲线上一点处的曲率半径越大，曲线在该点处的曲率越小(曲线越平坦)；曲率半径越小，曲率越大(曲线越弯曲)。

3) 曲线上一点处的曲率圆弧可近似代替该点附近曲线弧(称为曲线在该点附近的二次近似)。

### 6.5. 后测(Post-test)

练习 1. 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  上哪一点的曲率最大？

练习 2. 学生讨论并分享要打磨截线为二次函数  $y = 0.1x^2$  的工件的内表面(如图 13)，用直径多大的齿轮更合适？

### 6.6. 总结(Summary)

师生一起回顾本节课学习的内容，数学思想方法。

课后安排：1) 课后作业；2) 课后学生自主习题课。

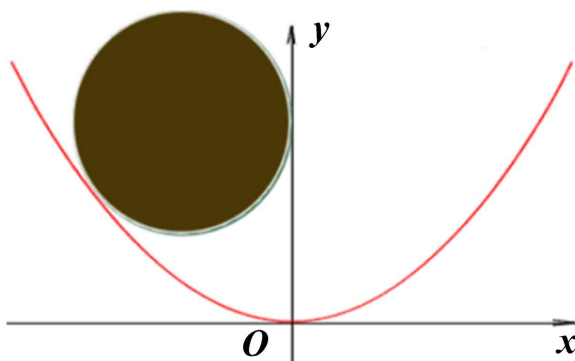


Figure 13.  $y = 0.1x^2$

图 13.  $y = 0.1x^2$

## 7. 教学反思

通过本节课的教学,我深刻感受到理论联系实际的重要性与必要性,在教学的过程中,我真正感受到了数学的魅力。因此在高数这门课的教学教师应当通过理论联系实际,让学生也感受到数学的价值与魅力。在数学课堂上,通过挖掘显性与隐性的思政元素,融入课程思政(见附录),我感受到了这个在培养学生人生观价值观方法论方面的重大意义,教学不能只停留在讲授知识层面,还应该在思想上和方法上,情感态度价值观上。本节课的教学采用的是基于 BOPPPS 教学模式以及任务驱动教学方法和金字塔学习理论的混合式教学,学生在课前通过网络视频资源、查阅教材、小组讨论等方法完成课前任务单上面的问题,再通过线下的课堂教学,让学生汇报展示课前任务单上部分问题的结果,让学生来讲,而不是老师直接讲授,让学生真正的高度参与进来,带着一定的课前学习和思考来到课堂,课堂上的展示汇报交流能让学生感受到个性化的学习体验,有助于培养学生自主学习、积极思考、合作探究、数学表达的能力,让学生真正成为学习的主体。但是学生能力的培养不是一朝一夕的事情,这个需要持之以恒的努力,作为教师,我应该秉持为学生长远发展考虑的理念,创设培养学生能力的条件与平台。

## 基金项目

伊犁师范大学 2022 年度校级教改课题:对《高等数学》进行混合式教学、教学评一体化及融入课程思政的教学改革研究(项目编号:YSYB2022108)。

## 参考文献

- [1] 丘成桐. 数学与教育[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [2] 中华人民共和国教育部. 教育部关于深化本科教育教学改革全面提高人才培养质量的意见[EB/OL]. [http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/201910/t20191011\\_402759.html](http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/201910/t20191011_402759.html), 2019-10-08.
- [3] 陈倩倩. BOPPPS 教学模式在高等数学中的应用——以导数的概念为例[J]. 芜湖职业技术学院学报, 2020(2): 85-87.
- [4] 王晓丽, 等. 基于 BOPPPS 教学结构的混合教学模式在高等数学教学中的应用[J]. 高校科技, 2021(33): 30-32.
- [5] 刘江蓉. 基于 BOPPPS 模块的高等数学系统化教学设计与实践[J]. 科技风, 2021(10): 168-171.
- [6] 张丽, 武燕. 基于问题驱动——BOPPPS 教学模式在高等数学混合式教学的应用[J]. 高等数学研究, 2021(1): 103-106.
- [7] 贾亭渝, 李浩君, 张蓓嘉. 基于学习金字塔理论的互动教学模式构建与应用[J]. 职业教育研究, 2021(6): 62-67.

## 附 录

**Table A.** Curriculum ideological and political integration design summary table

**附表 A.** 课程思政融入设计汇总表

曲率课程元素	思政元素
高速铁路弯道设计，设计师需要考虑曲率	我国高铁技术世界领先，培养学生家国情怀，民族自豪感
曲率在生产与生活中广泛应用	实践论，数学来源于实践，应用于实践
曲率的定义，公式能够计算曲线在任意点处的曲率	数学是描述世界的语言，体现数学的作用，意义与价值
直线，圆的曲率先观察后计算	从感性认识上升到理性认识，培养理性精神
圆的感性认识轴对称，中心对称图形	圆是最美的平面图形，感受数学之美
先计算近似值，再到精确值	近似与精确是对立统一的关系辩证关系
类比思想	事物之间是普遍联系的哲学思想
极限思想	量变产生质变的哲学思想