

# 基于多元非线性回归的单螺杆膨胀机性能分析

张立栋, 王伟, 吴玉庭

北京工业大学环境与生命学部, 北京

收稿日期: 2022年9月19日; 录用日期: 2022年10月19日; 发布日期: 2022年10月25日

## 摘要

单螺杆膨胀机作为有机朗肯循环系统的动力输出设备, 其性能起着至关重要的作用。通过之前的研究发现, 传统的物理学工具解决膨胀机内效率和膨胀比的变化规律这一问题较为困难, 因此需要借助数学工具进行简化问题。而回归分析方法是一种基于数据之间建立量化关系的统计数据分析工具, 适用于解决该问题。本文利用SPSS软件, 选择内容积比、膨胀机转速、进气压力以及容积效率为特征参数, 通过调研大量的单螺杆膨胀机实验文献作为样本空间, 对螺杆直径为117 mm的单螺杆膨胀机进行了多元非线性回归分析, 得到了膨胀机内效率和膨胀比随特征参数变化的回归模型, 并对这一模型进行合理性验证。验证结果表明, 该模型计算准确度较高, 误差较小, 能够较好的反应单螺杆膨胀机内效率和膨胀比的变化规律。

## 关键词

单螺杆膨胀机, 性能分析, 膨胀机内效率, 膨胀比, 多元非线性回归

## Performance Analysis of Single Screw Expander Based on Multiple Nonlinear Regression

Lidong Zhang, Wei Wang, Yuting Wu

Department of Environment and Life, Beijing University of Technology, Beijing

Received: Sep. 19<sup>th</sup>, 2022; accepted: Oct. 19<sup>th</sup>, 2022; published: Oct. 25<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

As the power output equipment of the Organic Rankine Cycle (ORC) system, single screw expander plays a vital role. Previous research has found that it is more difficult for traditional physics tools to

solve the problem of the changeable rule of expander efficiency and expansion ratio, so we need to simplify the problem with mathematical tools. Regression analysis is a data analysis method based on the quantitative relationship, which is suitable to solve this problem. Using SPSS software, select the internal volume ratio, expander rotational speed, intake pressure and volumetric efficiency as the characteristic parameters, by investigating a large number of single screw expansion experimental literature as the sample space, the multiple nonlinear regression analysis of the single screw expander with a screw diameter of 117 mm, obtained the regression model of the expansion machine efficiency and expansion ratio with the characteristic parameters, and verified the rationality of this model. The verification results show that the proposed model has high calculation accuracy and small error, which can react to the changeable rule of efficiency and expansion ratio in single screw expander.

## Keywords

Single Screw Expander, Performance Analysis, Expander Efficiency, Expansion Ratio, Multiple Nonlinear Regression

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

“碳达峰”“碳中和”已成为当前首要的战略目标，为我国能源高质量发展和能源转型指明了前进的方向。在我国能源转型发展的进程中，走向清洁、低碳、可再生能源已成为必然趋势。在诸多能源利用的技术中，中低温热能有机朗肯循环发电技术被认为是最有前景的技术。作为有机朗肯循环的动力输出设备，膨胀机起着至关重要的作用。然而目前大多数小型系统膨胀机的内效率不高，膨胀比较小，使得中低温热能不能被充分利用成为最大的技术瓶颈。S. H. Kang 等[1]采用 R245fa 工质对有机朗肯循环进行研究，膨胀机为径向透平，膨胀机效率为 76%，膨胀比为 2.62，当蒸发温度和冷凝温度分别为 77℃和 44.5℃时，系统循环效率为 5.05%，实际利用的温度仅 30℃左右。Claudio Campana 等[2]采用 R245fa 作为工质在可变流量、膨胀比、转速和过热温度下，对膨胀机的整体效率和填充系数进行了评估。涡旋膨胀机效率为 45%，膨胀比为 3.54，选用叶片泵为工质泵，得到系统循环热效率为 3%。Fengfan Hu 等[3]研究了双螺杆膨胀机在不同工况下的试验性能。实验过程中膨胀比为 2.3，膨胀机等熵效率为 61.7%。结果表明：膨胀机转速高，吸气压力损失大，容积和指示效率低。Desideri 等[4]采用 SES36 工质对 11 kW 的单螺杆膨胀机进行研究，在冷凝温度和蒸发温度分别为 27.5℃和 108℃，最大的膨胀机效率为 64.78%，系统效率和电功输出分别为 9.8%和 7 kW。WANG Wei 等[5]对单螺杆膨胀动力机样机进行了试验测试，采用高湿度湿空气时的膨胀机绝热效率明显高于干空气。结果表明，膨胀机输出功率 5 kW，排气温度为 -45℃，膨胀机进口和出口的温差达到 62℃，证明单螺杆膨胀机具有较好的做功特性和降温特性。Biao Lei 等[6]采用 R123 工质对有机朗肯循环系统中的单螺杆膨胀机性能进行了研究，实验得出最大的轴功、轴效率、等熵效率和容积效率分别为 8.35 kW，56%，73%和 83%，并指出 12%~17%的膨胀机输出功消耗在循环泵中，最高的循环效率为 7.98%，膨胀比为 8.5。综上从研究结果看，各种膨胀机的热力学及动力学性能都低于对应压缩机的水平，并且大多膨胀机膨胀比都比较低，使得膨胀机膨胀性能没有完全发挥。相比较而言，单螺杆的变工况性能较好，效率较高，膨胀比较大，提高膨胀比容易实现，在中小型 ORC

中有很大的前景。

鉴于单螺杆膨胀机在中小型有机朗肯循环中的优越性,分析变工况条件下单螺杆膨胀机内效率和膨胀比的变化规律变得尤为重要。研究发现,传统的物理学工具解决这一问题较为困难,需要借助数学工具进行简化,通过文献调研发现,回归分析方法广泛应用于泵、风机、压缩机等动力工程领域中。Isil Yazar等[7]评估了两种不同类型的压气机和涡轮机数据。结果表明,非线性回归模型的效率和质量流量预测性能比线性模型更有效。而且这种非线性回归模型可以很容易地适应各种发动机类型。除了预测能力外,该研究还比较了回归模型的性能。Orkisz和Stawarz[8]开发了一种用于预测压气机和涡轮机特性的概念,该概念特别适用于燃气涡轮发动机瞬态运行的数字模拟,其新颖之处在于通过原始数据重新缩放来适应具有两个变量的函数。段小汇等[9]利用理论推导和试验数据相结合的方法,通过多元非线性回归分析得出轴流泵装置调速性能模型。沈建国[10]为了更加准确地了解复杂环境下舰船装备综合参量,提出了非线性回归分析的舰船装备动态环境模拟研究,建立了动态环境下的舰船装备动态测试点模型并对动态测试点进行了非线性回归下的最小二乘计算,得到了精准的动态综合状态系数,并通过实验对比,证明了模拟方法的有效性。从文献调研结果可以看出,回归分析方法在简化动力工程领域问题有着很好的应用,且非线性回归模型的分析效果更有效。综上所述,基于回归分析方法在动力工程中的应用,本文通过对单螺杆膨胀机的各种参数进行评估,分别拟合膨胀机内效率和膨胀比随特征参数变化的多元非线性回归模型,并对模型进行合理性验证和变工况特性影响因素分析,为循环分析和参数选择提供理论基础和技术依据。

## 2. 特征参数选取与建模

### 2.1. 选取特征参数

回归分析(Regression Analysis)是研究变量之间作用关系的一种统计数据分析方法,其基本组成是一个(或一组)自变量与一个(或一组)因变量。目的是通过收集到的样本数据用一定的统计方法探讨自变量对因变量的影响关系,即原因对结果的影响程度。按涉及自变量的多少,可分为一元回归和多元回归;按回归方程的表现形式不同,可分为线性回归和非线性回归。

若要进行回归分析,首先要解决的问题是特征参数的选取。作为单螺杆膨胀机来说,主要包括结构参数、物性参数和工况参数,其中结构参数主要包括螺杆直径、内容积比、转速、容积效率等;物性参数主要指的是工质的选择,比如工质的绝热指数、粘度等;工况参数主要包括进排气压力、进出口温度等。考虑到参数的全面性而又不使回归模型过于复杂,对于螺杆直径为117 mm的单螺杆膨胀机,本文选择了内容积比、膨胀机转速、进气压力以及容积效率作为特征参数。

### 2.2. 建立模型

参考动力工程领域的文献,Isil Yazar等[7]指出非线性回归模型的效率和质量流量预测性能比线性模型更优,且二次回归模型的AIC(Akaike信息标准)值最低,是可用于预测的最佳模型。因此本文采用多元非线性回归分析,以内容积比、膨胀机转速、进气压力以及容积效率为特征参数,假设各个特征参数之间是相互独立的,建立出多元二次回归模型:

$$y = a + bx_1 + cx_2 + dx_3 + ex_4 + fx_1^2 + gx_2^2 + hx_3^2 + ix_4^2 \quad (1)$$

式中:自变量 $x_1, x_2, x_3, x_4$ 分别代表内容积比、转速、进气压力、容积效率,因变量 $y$ 代表膨胀比和膨胀机内效率; $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ 分别为回归模型中输入变量对应的系数。

## 3. 多元二次回归

目前国际上小型膨胀机的研究比较少,综合考虑单螺杆膨胀机的各种参数数据的全面性,以文献[11]

[12] [13]的实验数据作为样本空间, 利用 SPSS 软件分别以膨胀比和膨胀机内效率为因变量进行多元二次回归, 结果如下:

**Table 1.** Parameter estimates with the expansion ratio as the dependent variable

**表 1.** 以膨胀比为因变量的参数估算值

参数	估算	标准错误	95%置信区间	
			下限	上限
a	-1	0.5	-2.5	0.01
b	-4.872	4.05	-13.035	3.291
c	-0.002	0.004	-0.01	0.006
d	16.147	2.011	12.095	20.199
e	22.845	19.199	-15.848	61.538
f	0.664	0.518	-0.38	1.709
g	4.49E-07	0	-1.04E-06	1.94E-06
h	-6.404	1.008	-8.435	-4.372
i	-15.817	11.642	-39.279	7.645

如表 1 所示, 以膨胀比为因变量的参数估算值误差比较小且计算得到的相关系数接近于 1, 说明此模型回归结果较好。将系数代入回归模型中得出:

$$\varepsilon = -1 - 4.872r_v - 0.002n + 16.147p_m + 22.845\eta_v + 0.664r_v^2 + 4.5 \cdot 10^{-7}n^2 - 6.4p_m^2 - 15.817\eta_v^2 \quad (2)$$

式中,  $\varepsilon$  为膨胀比,  $r_v$  为内容积比,  $n$  为转速,  $p_m$  为进气压力,  $\eta_v$  为容积效率。

**Table 2.** Parameter estimates with the expander efficiency as the dependent variable

**表 2.** 以膨胀机内效率为因变量的参数估算值

参数	估算	标准错误	95%置信区间	
			下限	上限
a	0.12	0.025	0.012	0.225
b	-0.595	0.179	-0.956	-0.235
c	0	0	0	0
d	0.576	0.089	0.397	0.755
e	2.681	0.848	0.972	4.391
f	0.075	0.023	0.029	0.121
g	1.99E-08	0	-8.57E-08	4.59E-08
h	-0.264	0.045	-0.354	-0.174
i	-1.648	0.514	-2.685	-0.612

如表 2 所示, 以膨胀机内效率为因变量的参数估算值误差比较小且计算得到的相关系数接近于 1, 说明此模型回归结果较好。将系数代入回归模型中得出:

$$\eta_p = 0.12 - 0.595r_v + 0.576p_m + 2.68\eta_v + 0.075r_v^2 + 2 \times 10^{-8}n^2 - 0.264p_m^2 - 1.648\eta_v^2 \quad (3)$$

式中,  $\eta_p$  为膨胀机内效率,  $r_v$  为内容积比,  $n$  为转速,  $p_m$  为进气压力,  $\eta_v$  为容积效率。

## 4. 验证分析

### 4.1. 合理性验证

将原始实验数据带入到回归模型中, 可得到膨胀比和膨胀机内效率的回归数据, 做出不同转速下回归数据膨胀机内效率随膨胀比的变化曲线与原始实验数据进行对比验证, 验证结果如图 1 所示:

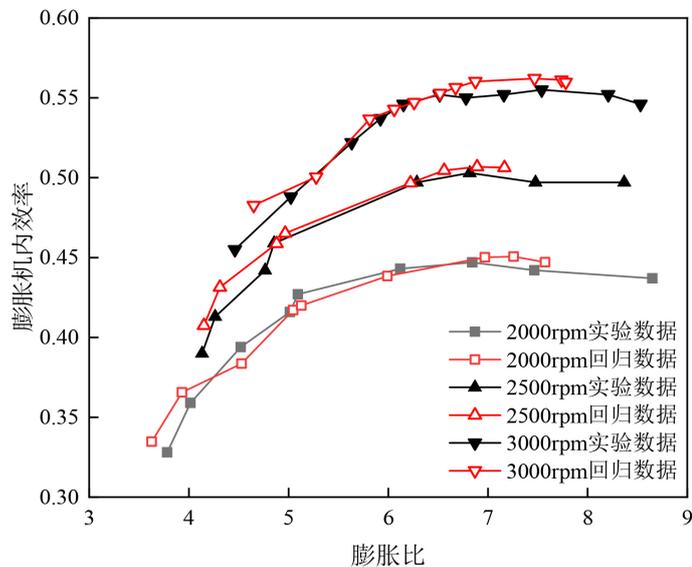


Figure 1. Comparing the regression data with the experimental data at different speeds

图 1. 不同转速下回归数据与实验数据对比

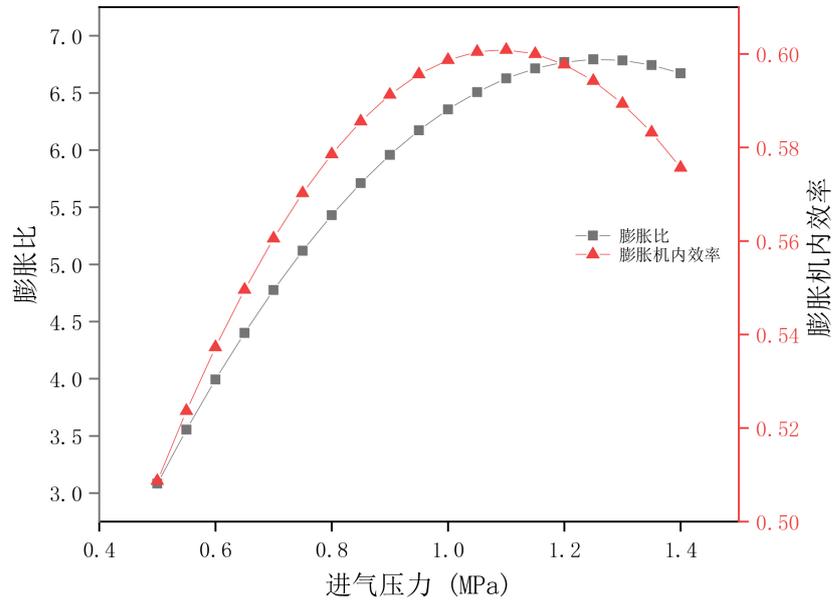
通过图 1 可以看出, 回归模型的验证结果良好, 且膨胀机转速越高, 拟合效果越佳; 其次膨胀机内效率随着膨胀机转速的增大而增大; 不管是实验数据还是回归数据, 膨胀机内效率都随着膨胀比的增加先升高后缓慢降低, 有明显的拐点, 且拐点出现的位置大致相当。

### 4.2. 影响因素分析

影响膨胀机性能的因素很多, 现以特征参数内容积比、膨胀机转速、进气压力以及容积效率为影响因素, 通过固定参数法进行分析膨胀比和膨胀机内效率的变化规律。

1) 假定  $r_v = 2.95$ ,  $n = 3000$  r/min,  $\eta_v = 0.8$ , 膨胀比和膨胀机内效率随进气压力  $p_m$  的变化规律如图 2 所示。

通过图 2 可以看出, 随着进气压力的增大, 膨胀比先逐渐增大后缓慢减小。膨胀比即膨胀机进出口压力之比, 最初当进气压力小的时候, 增加进气压力, 出口压力变化较小, 这时候膨胀比是不断增大的; 而当进气压力增加到一定值时, 膨胀机内压力损失会增大, 从而出口压力增大, 因此膨胀比可能会出现掉头向下的趋势。当进气压力为 1.25 MPa 时膨胀机比达到最大值 6.7。

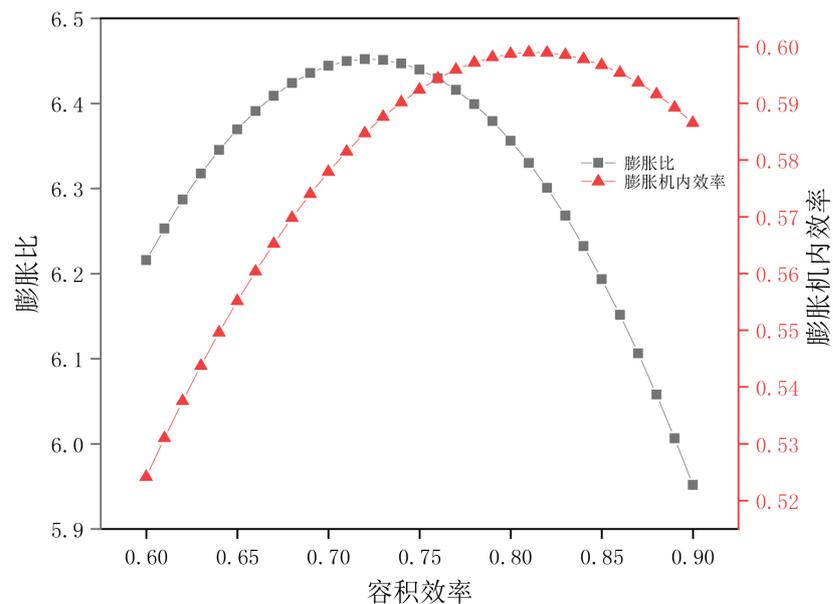


**Figure 2.** The change law of the efficiency and expansion ratio under different intake pressure

**图 2.** 不同进气压力下膨胀机内效率和膨胀比的变化规律

随着进气压力的增大，膨胀机内效率也呈现出先升高后降低的趋势。这是因为当进气压力不断增加时，膨胀机做功量会增加，而机内的各种损失也会增加，因此可能会出现这种趋势。当进气压力达到 1.1 MPa 时膨胀机内效率达到最高值 60%。可以得出进气压力的最佳工况区间在 1.1~1.25 MPa。

2) 假定  $r_v = 2.95$ ,  $n = 3000$  r/min,  $p_{in} = 1.0$  MPa, 膨胀比和膨胀机内效率随容积效率  $\eta_v$  的变化规律如图 3 所示。



**Figure 3.** The change law of the efficiency and expansion ratio under different volume efficiency

**图 3.** 不同容积效率下膨胀机内效率和膨胀比的变化规律

通过图 3 可以看出, 随着容积效率的增加, 膨胀比和膨胀机内效率都呈现出先升高后降低的趋势, 当容积效率为 0.72 时, 膨胀比达到最大值 6.45; 当容积效率为 0.82 时, 膨胀机内效率达到最大值 59.8%。由此可知膨胀机内效率达到峰值时的容积效率较大, 这是因为高容积效率下膨胀机内泄漏量较小, 膨胀机内效率较大。因此可以说明容积效率不是越大越好, 最佳工况区间可以取 0.72~0.82。

3) 假定  $r_v = 2.95$ ,  $p_m = 1.0 \text{ MPa}$ ,  $\eta_v = 0.8$ , 膨胀比和膨胀机内效率随膨胀机转速  $n$  的变化规律如图 4 所示。

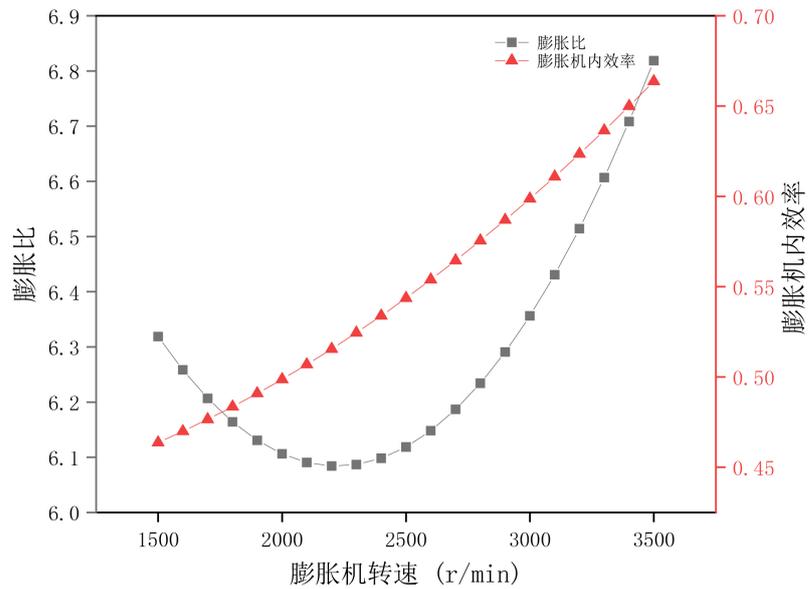


Figure 4. The change law of the efficiency and expansion ratio under different speeds

图 4. 不同转速下膨胀机内效率和膨胀比的变化规律

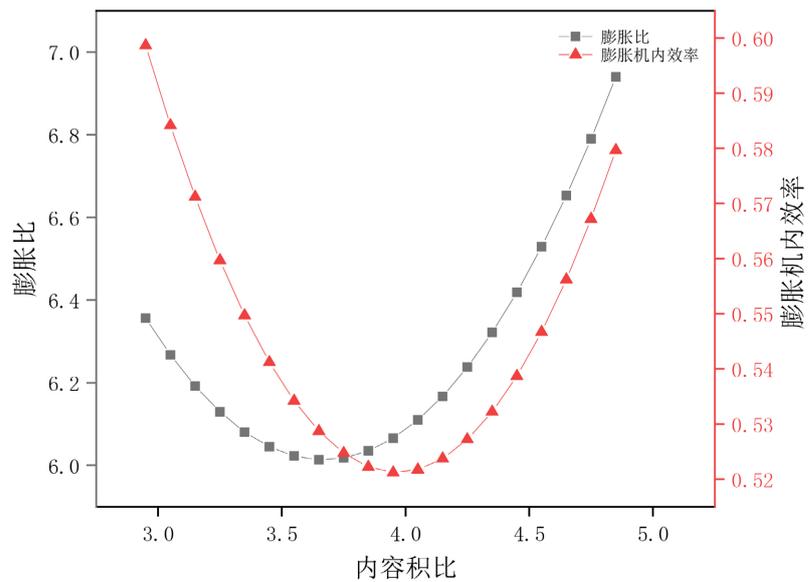


Figure 5. The change law of the efficiency and expansion ratio under different internal volume ratio

图 5. 不同内容积比下膨胀机内效率和膨胀比的变化规律

由图 4 可以看出, 随着膨胀机转速的升高, 膨胀比先减小后增大, 低转速下膨胀比较大的原因是, 转速低, 排气流量小, 管路阻力小, 使得空气在排气管路中出现二次膨胀, 从而会使背压减小; 且随着转速的升高, 膨胀机内效率逐渐增大。当转速达到 3400 r/min 时, 存在最优值, 此时膨胀比为 6.7, 膨胀机内效率达到 65%。

4) 假定  $n = 3000$  r/min,  $p_{in} = 1.0$  MPa,  $\eta_V = 0.8$ , 膨胀比和膨胀机内效率随内容积比  $r_V$  的变化规律如图 5 所示。

由图 5 可以看出, 随着内容积比的增加, 膨胀比和膨胀机内效率都呈现出先减小后增大的趋势, 当然出现这种情况是建立在容积效率不变的条件下, 事实上, 随着内容积比的增加容积效率是呈现出下降的趋势, 因此这种情况仅供参考。

## 5. 结论

针对膨胀比和膨胀机内效率随特征参数的变化规律这一问题, 本文调研了大量单螺杆膨胀机的实验数据, 选择特征参数建立了模型, 利用多元非线性回归得到了回归方程, 并对回归方程做出了合理性检验以及影响因素分析, 得到的结论如下:

1) 通过回归数据与原始实验数据的对比验证, 说明该模型计算准确度较高, 误差较小, 能够较好的反应单螺杆膨胀机内效率和膨胀比的变化规律, 可以带入到循环分析中进行计算。

2) 随着进气压力的增加, 膨胀比和膨胀机内效率都呈现出先升高后降低的趋势。当进气压力为 1.25 MPa 时膨胀机比达到最大值 6.7; 当进气压力为 1.1 MPa 时膨胀机内效率达到最高值 60%。可以得出进气压力的最佳工况区间在 1.1~1.25 MPa。

3) 随着容积效率的增加, 膨胀比和膨胀机内效率呈现出先升高后降低的趋势。当容积效率为 0.72 时, 膨胀比达到最大值 6.45; 当容积效率为 0.82 时, 膨胀机内效率达到最大值 59.8%。因此可以说明容积效率不是越大越好, 最佳工况区间可以取 0.72~0.82。

4) 随着膨胀机转速的升高, 膨胀比先减小后增大, 膨胀机内效率逐渐增大。当转速达到 3400 r/min 时, 存在最优值, 此时膨胀比为 6.7, 膨胀机内效率达到 65%。

5) 随着内容积比的增加, 膨胀比和膨胀机内效率都呈现出先减小后增大的趋势。

## 基金项目

北京市自然科学基金(3222025)资助。

## 参考文献

- [1] Kang, S.H. (2012) Design and Experimental Study of ORC (Organic Rankine Cycle) and Radial Turbine Using R245fa Working Fluid. *Energy*, **41**, 514-524. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2012.02.035>
- [2] Campana, C., Ciocolanti, L., Renzi, M. and Caresana, F. (2019) Experimental Analysis of a Small-Scale Scroll Expander for Low-Temperature Waste Heat Recovery in Organic Rankine Cycle. *Energy*, **187**, Article ID: 115929. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.115929>
- [3] Hu, F.F., Zhang, Z., Chen, W.Q., et al. (2017) Experimental Investigation on the Performance of a Twin-Screw Expander Used in an ORC System. *Energy Procedia*, **110**, 210-215. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.03.129>
- [4] Desideri, A., Broek, V.D.M., Gusev, S., Lemort, V. and Quoilin, S. (2014) Experimental Campaign and Modeling of a Low-Capacity Waste Heat Recovery System Based on a Single Screw Expander. *22nd International Compressor Engineering Conference at Purdue*, West Lafayette, 14-17 July 2014, 1-10.
- [5] Wang, W., Wu, Y.T., Ma, C.F., Liu, L.D. and Yu, J. (2011) Preliminary Experimental Study of Single Screw Expander Prototype. *Applied Thermal Engineering*, **31**, 3684-3688. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.01.019>
- [6] Lei, B., Wang, W., Wu, Y.T., et al. (2016) Development and Experimental Study on a Single Screw Expander Integrated into an Organic Rankine Cycle. *Energy*, **116**, 43-52. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.09.089>

- [7] Yazar, I., Yavuz, H.S. and Yavuz, A.A. (2017) Comparison of Various Regression Models for Predicting Compressor and Turbine Performance Parameters. *Energy*, **140**, 1398-1406. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.05.061>
- [8] Orkisz, M. and Stawarz, S. (2000) Modeling of Turbine Engine Axial-Flow Compressor and Turbine Characteristics. *Journal of Propulsion and Power*, **16**, 336-339. <https://doi.org/10.2514/2.5574>
- [9] 段小汇, 汤方平, 石丽建, 等. 轴流泵装置调速性能的非线性回归模型研究[J]. 农业机械学报, 2017, 48(12): 147-154.
- [10] 沈建国. 非线性回归分析的舰船装备动态环境模拟研究[J]. 舰船科学技术, 2020, 42(24): 214-216.
- [11] Wang, W., Qiao, H., Lei, B., Wu, Y.T. and Ma, C.F. (2021) Experimental Study on the Influence of Inlet and Exhaust Pressure Loss on the Performance of Single Screw Expanders. *Energy*, **232**, Article ID: 120912. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.120912>
- [12] Zhao, Y.K., Lei, B., Wu, Y.T., *et al.* (2018) Experimental Study on the Net Efficiency of an Organic Rankine Cycle with Single Screw Expander in Different Seasons. *Energy*, **165**, 769-775. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.09.013>
- [13] 雷标. 有机朗肯循环和单螺杆膨胀机性能提升的理论与试验研究[D]: [博士学位论文]. 北京: 北京工业大学, 2016.