

# 基于太赫兹硅脊波导阵列的拓扑零模式研究

王恩涛, 沈文玮, 陈麟\*

上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海

收稿日期: 2024年4月27日; 录用日期: 2024年5月23日; 发布日期: 2024年5月31日

## 摘要

近年来, 一维波导阵列平台被广泛应用于研究新的拓扑相位与拓扑模式。基于Su-Schrieffer-Heeger (SSH) 模型, 我们通过太赫兹 (THz) 硅脊波导阵列构建三种特殊结构, 即长间距、等间距、短间距结构来激发拓扑零模与束缚模, 研究拓扑零模式的传输特性。仿真结果表明, 长间距与短间距结构激发的电场能量能够很好地束缚在波导中心界面, 而并不是扩散到波导阵列的边界两边。并对三种结构的传输效率进行了分析, 发现长间距结构激发的电场分布具有良好的局域性, 很好地满足了拓扑零模式的传输特性。我们的研究为在THz波段实现具有鲁棒性的稳定传输提供研究基础与可行思路。

## 关键词

太赫兹, 硅脊波导阵列, SSH模型, 拓扑零模式

# Research of Topological Zero Mode Based on Terahertz Silicon Ridge Waveguide Array

Entao Wang, Wenwei Shen, Lin Chen\*

School of Optoelectronic Information and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Apr. 27<sup>th</sup>, 2024; accepted: May 23<sup>rd</sup>, 2024; published: May 31<sup>st</sup>, 2024

## Abstract

In recent years, one-dimensional waveguide arrays have been widely used to study new topologi-

\*通讯作者。

文章引用: 王恩涛, 沈文玮, 陈麟. 基于太赫兹硅脊波导阵列的拓扑零模式研究[J]. 建模与仿真, 2024, 13(3): 4009-4018. DOI: 10.12677/mos.2024.133364

cal phases and modes. Based on the Su-Schrieffer-Heeger (SSH) model, we construct three special THz silicon ridge waveguide array structures, namely long-spaced, equidistant and short-spaced waveguide arrays (THz), to stimulate topological zero mode and bound mode, and study the transmission characteristics of topological zero mode. The simulation results show that the electric field energy stimulated by the long and short spacing structures can be well confined to the central interface of the waveguide, rather than spreading to both sides of the boundary of the waveguide array. The transmission efficiency of the three structures is analyzed, and it is found that the electric field distribution excited by the long-distance structure has good localization, which satisfies the transmission characteristics of the topological zero mode well. Our research provides research basis and feasible ideas for realizing robust and stable transmission in THz band.

## Keywords

Terahertz, Silicon Ridge Waveguide Array, SSH Model, Topological Zero Mode

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

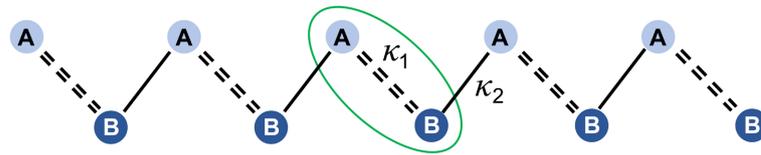
在由多个波导结构组成的阵列中，光场分布特性往往成为研究人员关注的重点[1]。耦合模理论(Coupled-mode theory, CMT)能为研究光学结构中的耦合效应提供有效方案，在光纤通信和光学芯片领域展现出应用价值[2] [3]。自 Schelkunoff SA 由麦克斯韦方程组推导得出耦合模方程以来，研究人员对其持续开展研究，进一步拓展理论适用性。该理论以日渐成为分析波导阵列耦合特性的主要方案。在材料选择方面，硅、石墨烯、砷化镓等材料均是常见的波导材料。其中，硅材料是一种制备简便、性能突出的介质材料，可用于实现耦合器[4] [5]、滤波器[6]等应用。在拓扑光子学领域，以波导阵列为平台的拓扑边界态的研究成果丰硕[7] [8]。2016年，以色列研究人员基于 SSH 模型对缺陷扭结结构进行理论与实验研究，发现了拓扑零模式的分布特征[9]。2018年，程庆庆等研究人员提出了基于 SSH 模型的人工表面极化激元(SSPPs)传输的“H”型波导结构，同样实现了拓扑零模式的耦合与传输[10]。在直波导阵列研究的基础上，2019年研究人员设计周期性弯曲薄金属波导阵列，通过调整驱动频率(弯曲频率)实现了拓扑  $\pi$  模式传输[11]。并且这种基于波导阵列研究的拓扑局域模式能够满足集成器件对于鲁棒性的要求。2020年研究人员就基于简单的 SSH 模型实现了具有鲁棒性地光传输[12]，有效克服了结构制备过程中的结构误差。研究普遍通过对波导参数与连接方式的灵活调控，考虑多个拓扑模式间的相互作用，以满足不同的拓扑相变特性。其中各异的拓扑局域模式，包括零模式、 $\pi$  模式等。当波导中存在多个模式共同作用时，可通过分析其产生原理进行有效区分[13]也可利用模式交叠与耦合激发新的物理效应，为拓扑光子学研究带来新的进展与突破。

本文基于波导耦合模理论和简单的 SSH 模型，设计波导结构参数，构建太赫兹硅脊直波导阵列，首次在太赫兹硅脊波导阵列中实现了拓扑零模式的激发。在由直波导阵列组成的静态系统中，各波导间耦合系数不随传输距离而改变，便于开展研究。在各居于模式中位于带隙内的零模式是本章的主要研究对象。计算 SSH 模型的本征值与本征向量，绘制传播常数谱，主要分析拓扑零模式的产生条件及出现拓扑保护特征的原因。调整波导结构参数，将波导模式能量局域在介质中，通过有效模式分析确定传播常数。通过仿真验证其拓扑保护传输特性。该设计思路可为开发单向稳定传输的光子器件提供帮助。

## 2. 模型构建与理论分析

### 2.1. 脊型波导的 SSH 模型

在对导电聚合物的研究过程中，线性共轭聚合物聚乙炔因结构简单、性质已知通常作为典型研究案例。聚乙炔的 SSH 模型是最简单的“双带”模型，SSH 模型本质通过非平凡贝里相位及拓扑孤子在晶格势畴壁上出现的拓扑特征所显现。同时，该模型能展现出丰富的物理性质，如拓扑孤子激发、粒子数分数化等，因此颇受研究人员喜爱与关注。此外，基于 SSH 模型与 Kitaev 链间耦合的研究也为实现对二维拓扑系统研究提供便利。



**Figure 1.** SSH model diagram, green dotted line inside a cell. Solid lines and double dashed lines indicate single and double bond connections respectively

**图 1.** SSH 模型示意图，绿色虚线内为一个元胞。实线与双虚线分别表示单键与双键连接

图 1 为常见 SSH 模型结构图。在无限长度的聚乙炔分子链中不存在边界，故无法对体与边进行有效区分。相较之下，通过对有限长度分子链衍生出的 SSH 模型进行分析，可反映体边对应关系。如上图所示，SSH 模型中将分子间作用力分为胞内( $\kappa_1$ )与胞间( $\kappa_2$ )两种。SSH 模型中经激发改变拓扑相，在界面处出现相应过渡区域，根据左右拓扑相的不同分别称为正反畴壁，激发能量分布在畴壁中。未施加外在能量时，畴壁可看作在链上激发的孤子。在畴壁范围中原先拓扑相的周期性遭到破坏，畴壁外则保持周期性。在孤子范围内，电子受到周期性势场和局域畸变场的叠加作用，形成束缚态。波函数仅分布于孤子范围内，在远离孤子位置迅速降至 0，故为畴壁中出现拓扑保护零模式提供了条件。

SSH 模型的哈密顿量如下：

$$H = \sum \kappa_1 c_{A,n}^\dagger c_{B,n} + \sum \kappa_2 c_{A,n+1}^\dagger c_{B,n} + h.c. \quad (1)$$

其中， $c_{A(B),n}^\dagger$  表示电子在子晶格 A 或 B 位置的产生算符， $c_{A(B),n}$  表示湮灭算符。每个元胞由 A、B 两个位置组成，胞内与胞间跳跃振幅分别为  $\kappa_1 = t + \delta t$  与  $\kappa_2 = t - \delta t$ 。对哈密顿量进行傅里叶变换，得：

$$\begin{aligned} a_\kappa &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_j e^{-i\kappa j} c_{A,n} \\ b_\kappa &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_j e^{-i\kappa j} c_{B,n} \end{aligned} \quad (2)$$

则在动量空间中的哈密顿量可表示为：

$$H = \kappa_1 \sum_\kappa (a_\kappa^\dagger b_\kappa + b_\kappa^\dagger a_\kappa) + \kappa_2 \sum_\kappa (e^{i\kappa} a_\kappa^\dagger b_\kappa + e^{-i\kappa} b_\kappa^\dagger a_\kappa) \quad (3)$$

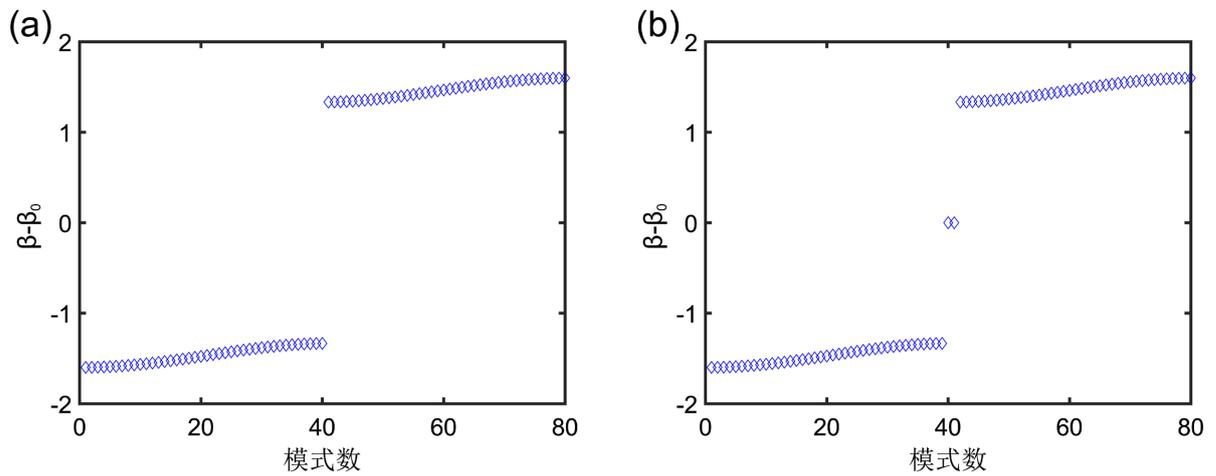
如自旋量为  $\psi_\kappa = \begin{pmatrix} a_\kappa \\ b_\kappa \end{pmatrix}$ ，上式可简化表示为

$$H = \sum_\kappa \psi_\kappa^\dagger \left[ -(\kappa_2) \sin \kappa \sigma_x + \left( 2\delta t + 2\kappa_2 \sin^2 \frac{\kappa}{2} \right) \sigma_z \right] \psi_\kappa \quad (4)$$

该双带模型的色散为：

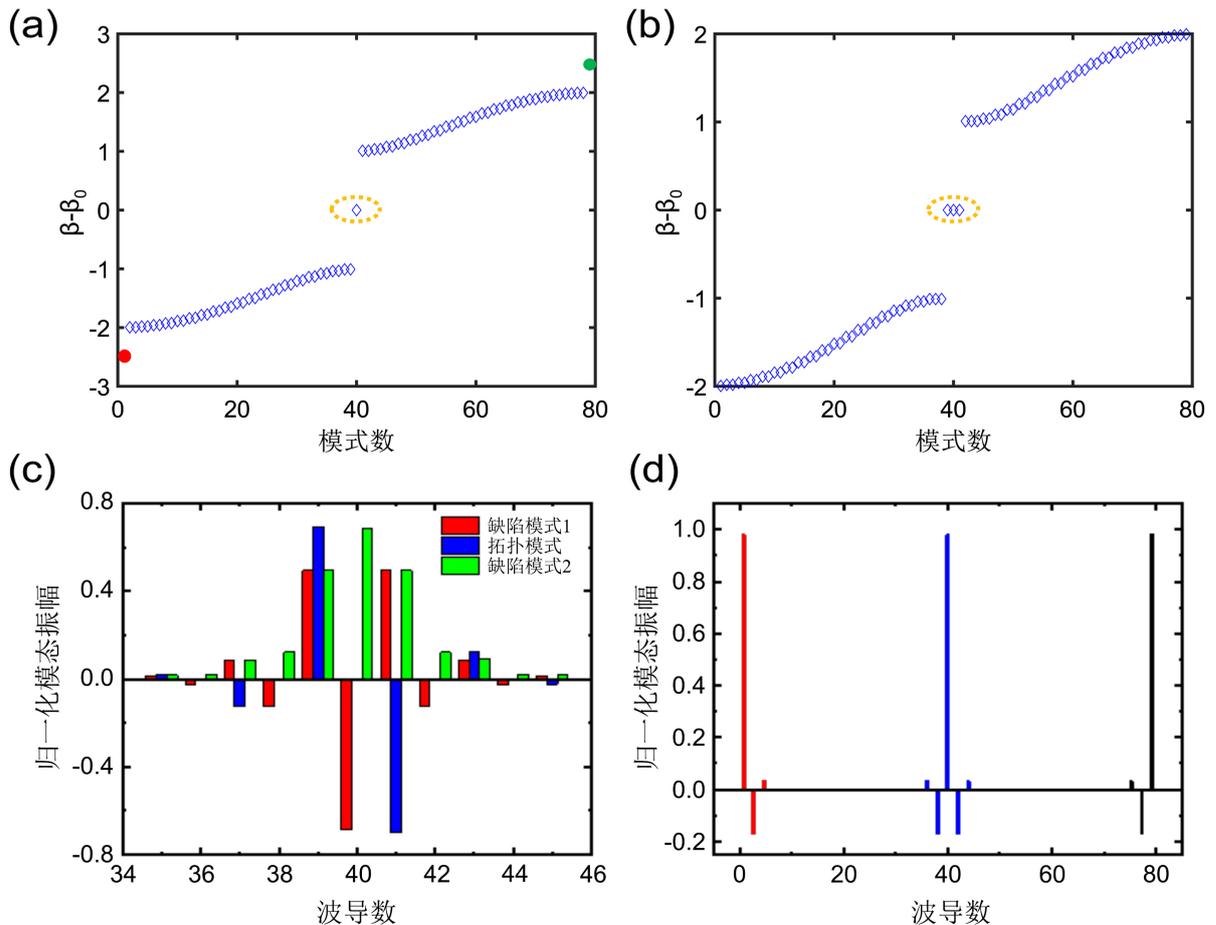
$$E_\pm = \sqrt{\kappa_1^2 + \kappa_2^2 - 2\kappa_1 \kappa_2 \cos \kappa} \quad (5)$$





**Figure 3.** Mode distribution with waveguide number 80 (a) Spectrum of propagation constants for  $\kappa_1 > \kappa_2$ . (b) Spectrum of propagation constants for  $\kappa_1 < \kappa_2$  ( $t = 1, \beta_0 = 0$ )

**图 3.** 波导数为 80 的模式分布情况 (a)  $\kappa_1 > \kappa_2$  时的传播常数谱. (b)  $\kappa_1 < \kappa_2$  时的传播常数谱 ( $t = 1, \beta_0 = 0$ )



**Figure 4.** When the number of waveguides in the array  $N = 79$  (a) Eigenvalue distribution of short-spaced waveguides (b) Eigenvalue distribution of long-spaced waveguides, zero mode in the dotted circle (c) corresponding to the eigenvector distribution of short-spaced waveguides (34th to 46th waveguides) (d) Eigenmode distribution of long-spaced waveguides

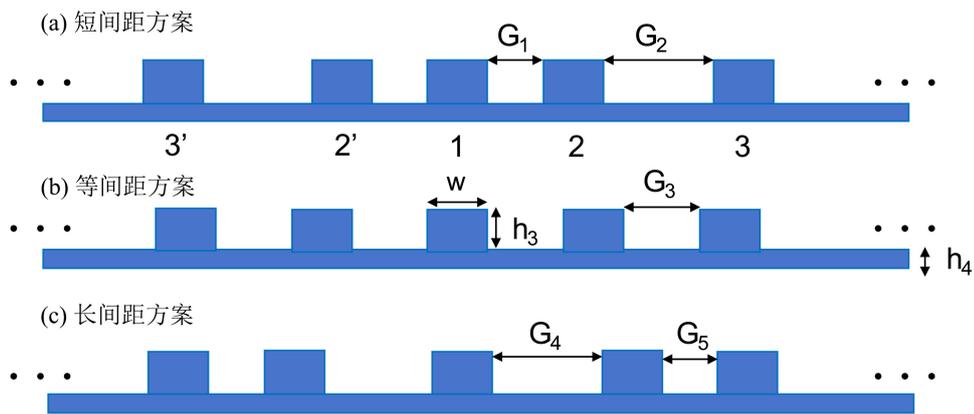
**图 4.** 阵列波导数  $N = 79$  情况下 (a) 短间距波导本征值分布 (b) 长间距波导本征值分布, 虚线圈中为零模式 (c) 对应短间距波导阵列本征矢量分布 (第 34 至 46 根波导) (d) 长间距情况下本征模式分布

当  $\kappa_1 < \kappa_2$  时, 形成能带间隙并在带隙中出现传播常数为零的本征值, 如图 3(b)所示。该模型是拓扑非平凡的, 有局域边界态存在; 当  $\kappa_1 > \kappa_2$  时, 模型是拓扑平凡的, 带隙中不存在传播常数为零的模式, 在边界处不存在局域边界态。对于波导总数为奇数的 SSH 波导阵列而言, 存在唯一的零模式, 特征向量分布于阵列一侧弱耦合边界处。而另一侧强耦合边界处不存在零模式。其原因是由于零模式存在于带隙中, 受到体带模式保护。根据 SSH 模型孤子的产生条件与性质, 选择两个不同拓扑相的结构连接, 在界面处构造拓扑保护边界态, 下面分别对短间距、长间距结构进行分析。

如图 4(a)所示, 在短间距排布阵列中存在唯一零模式, 其特征向量(模式振幅分布)通过蓝色表示。发现其能量局域在中心波导位置, 并受到体带模式保护, 即由于零模式与体带模式在传播常数上存在带隙, 阻止零模式向体带模式转化, 在系统无序情况下仍能保持零模式。此外还分别出现了两种缺陷模式, 其传播常数与归一化模态振幅分别通过红色与绿色表示。在图 4(b)中长间距阵列存在三个零模式, 中心零模对应模态振幅分布局域在中心波导处呈对称性, 与之相邻的另两个零模对应的模态振幅局域在边界波导位置, 且边界波导同为长间距分布。

### 2.3. 结构设计

为研究拓扑零模式出现的条件及其传输特性, 通过改变波导排布方式与间距, 设计不同类型的波导阵列。单波导宽度  $500 \mu\text{m}$ , 高度  $340 \mu\text{m}$ , 基底厚度为  $130 \mu\text{m}$ , 材质均为高阻硅。波导阵列长度为  $55 \text{ mm}$ , 其中, 中心波导长度较相邻波导长  $5 \text{ mm}$ , 确保耦合入相邻波导的能量来自中心波导。波导间距参数是设计波导阵列时考虑的首要参数。合理选择波导间距, 使得胞内与胞间参数之比最大化, 从而产生宽带隙及强拓扑保护特性。但在实际应用过程中, 受制备工艺限制波导间距不宜设置过小; 同时波导间最大间距受各独立波导模式间最小空间交叠限制。因此, 波导参数选择需要综合加以考虑。下文分别介绍了根据以上原则设计的三种不同间距直波导阵列, 波导排布如图 5 所示。



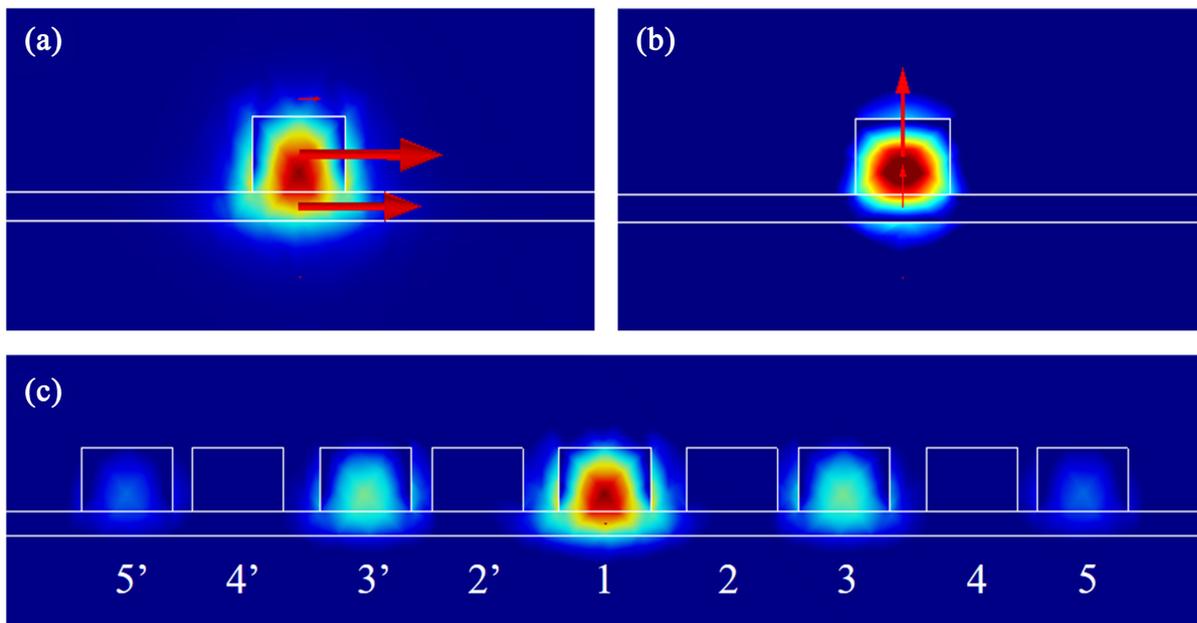
**Figure 5.** Straight waveguide array design scheme (a) short-spacing scheme; (b) equal-spacing schemes; (c) Long-spacing schemes

**图 5.** 直波导阵列设计方案 (a) 短间距方案; (b) 等间距方案; (c) 长间距方案

以中心波导“1”与相邻波导“2”、“2”间距长度作为区分三种方案标志。图 5(a)为短间距方案, 即  $G_1 = 110 \mu\text{m}$ ,  $G_2 = 195 \mu\text{m}$ ,  $G_1 < G_2$ ; 图 5(b)为等间距方案, 即各波导间距相同, 均为  $G_3 = 180 \mu\text{m}$ ; 图 5(c)为长间距方案,  $G_4 = 210 \mu\text{m}$ ,  $G_5 = 110 \mu\text{m}$ ,  $G_4 > G_5$ 。波导阵列以“2”、“3”与“2”、“3”为周期分别向左右两侧扩展, 由 9 根波导组成波导阵列。图 5(a)、图 5(c)两种情况下能带图符合上文一维 SSH 模型分析结果, 中间存在带隙。

### 3. 仿真分析

我们选择基于 FEM 的 COMSOL 软件中的射频(Radio Frequency, RF)模块或波动光学(Wave Optics)模块对波导的传输模式及特性进行分析计算。相较于传统光波导结构,脊形波导由折射率差距较大的硅材料芯层( $n_{\text{si}} = 3.48$ )与空气包层( $n_{\text{air}} = 1$ )组成,对光场限制能力较强。使用 COMSOL 软件计算波导阵列的边界模式及有效模式折射率  $n_{\text{eff}}$ 。



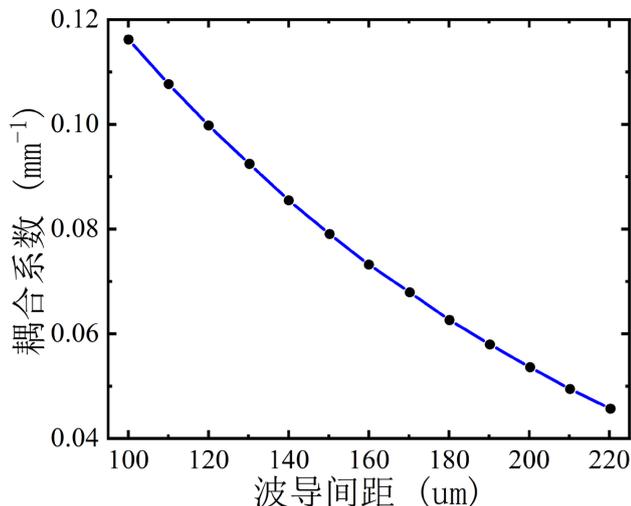
**Figure 6.** (a) Input waveguide TE mode; (b) Input waveguide TM mode; (c) Output waveguide TE mode  
**图 6.** (a) 输入波导 TE 模式; (b) 输入波导 TM 模式; (c) 输出波导 TE 模式

图 6 列举  $f = 0.18$  THz 时两种典型输入模式。当  $n_{\text{eff}} = 2.7884$  时,以 TE 模式传输,当  $n_{\text{eff}} = 2.695$ ,以 TM 模式传输。图 6(c)为在输出端口各波导的输出能量,发现当  $n_{\text{eff}} = 2.790$  时,在中心波导及两侧第 3、第 5 根波导(同第 3'根,第 5'根)位置存在能量输出,且能量从中心至两侧满足指数型衰减曲线,第 2、第 4 根波导(同第 2'根,第 4'根)输出能量为 0,满足“零模式”传输特性。此外,通过  $n_{\text{eff}}$  可对传播常数  $\beta$  进行计算,公式如下:

$$\beta = \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda} \quad (10)$$

求得传播常数  $\beta$  也可便于计算耦合系数。同时,在上图所示的工作频率中,硅基脊形波导结构对光场传输具有较强的限制能力,能有效满足能量在波导中传输的设计要求,降低损耗对传输距离和效应的影响,为通过积分计算传输效率提供帮助。

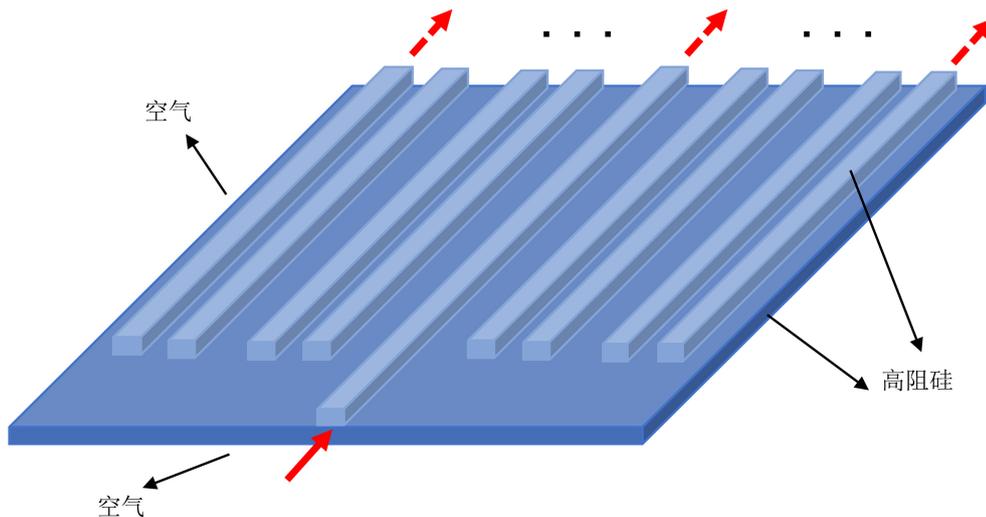
在对波导阵列结构进行分析时,耦合系数是反映波导耦合效率的重要指标。通常,波导材料、结构参数、间距等均会对耦合系数产生影响。本文的设计思路主要为通过改变波导间距对耦合系数进行调控。在仿真软件中,构建平行硅基双波导结构模型,双波导结构参数与上文相同,均为宽度  $w = 500 \mu\text{m}$ ,高度  $H = 340 \mu\text{m}$ 。考虑到相邻波导相距过近时,受可能的误差影响,中心波导与相邻波导组成一片折射率较高的区域,易对后续分析产生干扰,故将波导间距研究范围控制在  $90 \mu\text{m}$  至  $220 \mu\text{m}$  区间内。由对称模式与反对称模式的传播常数  $\beta_1$ 、 $\beta_2$  求得不同波导间距下脊型波导耦合系数  $\kappa$ 。



**Figure 7.** Relation between waveguide spacing and coupling coefficient  
**图 7.** 波导间距与耦合系数关系

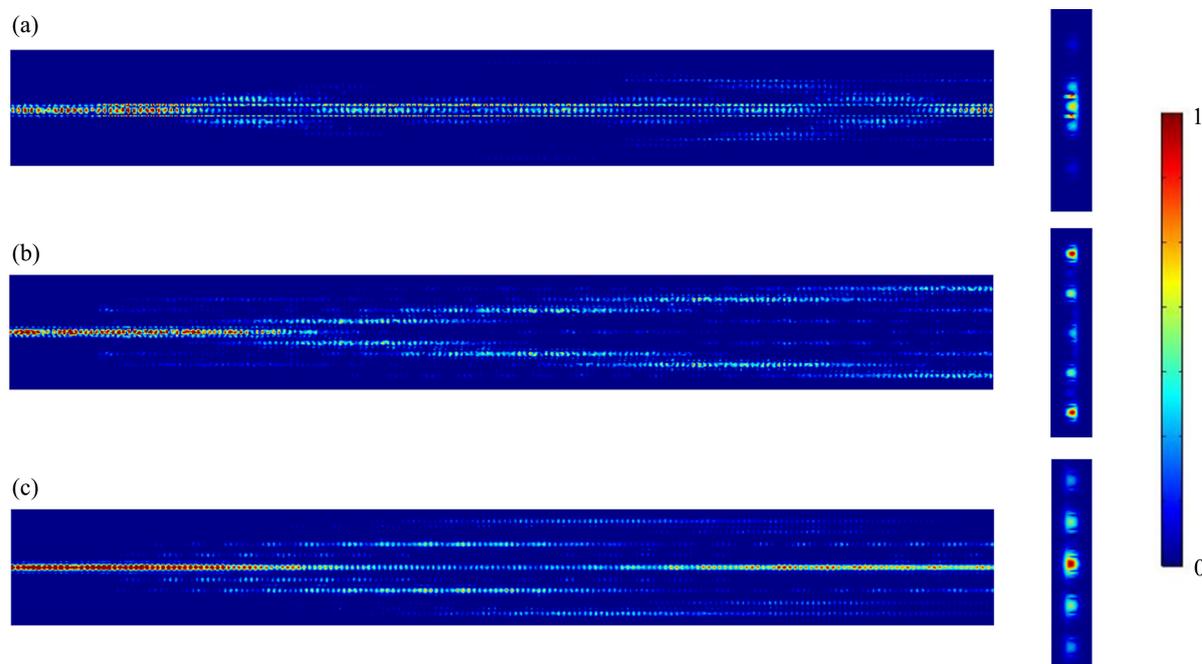
由上图 7 可知，当波导间距增大时，耦合系数逐渐减小，二者呈反比例关系。因此，为实现波导间较强的耦合效果，将更多能量传输至相邻波导，应选择较短的波导间距。

下面我们观察电场俯视图对 THz 波在波导阵列中的耦合效应进行研究与分析。



**Figure 8.** Schematic diagram of the waveguide array. Both the waveguide and the base are made of high-resistance silicon. During simulation, air layers of a certain thickness are added above and below the structure, and THz waves are input through the central port  
**图 8.** 波导阵列示意图，波导与基底均为高阻硅材质，进行仿真时结构上下均添加一定厚度的空气层，THz 波由中心端口输入

对波导阵列进行仿真时，THz 波经由中心波导输入，在波导阵列尾部端口进行探测。根据波导数为奇数的设计要求，结合计算效率与资源消耗考虑，仿真选择的波导数为 9。为研究波导间距对耦合效应的影响，分别对不同波导间距进行参数扫描，寻找最优设计参数。下面对三种参数结构仿真结果如图 8 所示。



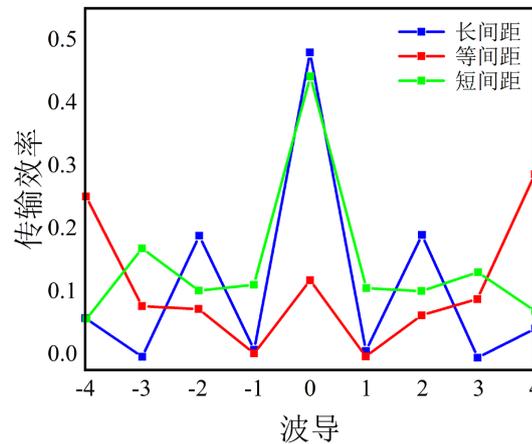
**Figure 9.** Top view of electric field of straight waveguide structure and output electric field of tail port (a) Short-pitch structure ( $f_2 = 0.164$  THz) (b) equal-pitch structure ( $f_3 = 0.174$  THz) (c) Long-pitch structure ( $f_4 = 0.18$  THz)

**图 9.** 直波导结构电场俯视图及尾部端口输出电场(a)短间距结构( $f_2 = 0.164$  THz) (b)等间距结构( $f_3 = 0.174$  THz) (c)长间距结构( $f_4 = 0.18$  THz)

图 9(a)为短间距结构,在传输过程中能量在中心波导与相邻波导间跳跃,在结构末端部分能量发散。由于拓扑束缚模式与缺陷模式被同时激发,大部分能量局域于中心缺陷位置。尾部端口输出电场同样局域于中心三根波导位置。由上文分析结果可知,波导长度对短间距结构传输特性的影响较大,因此该结构在实现拓扑传输特性方面并非最佳选择。图 9(b)为等间距结构,即中心缺陷位置与相邻波导间距相等,THz 波沿传播方向扩散,逐渐耦合至最外侧波导。在输出端大部分能量位于远离中心波导的最外侧旁瓣位置,其构成的明显衍射特性被称为“离散衍射”。其与体系统中大部分能量位于中心波导的衍射现象存在根本差异。图 9(c)为长间距结构,只有拓扑束缚模式被激发。THz 波被局域在中心波导处,在传播过程中能量强度相对稳定,同时以间隔方式耦合至外侧波导。在输出端口中心波导及间隔奇数波导(3、3'、5、5')场强大于其余波导。通过对各波导端口输出功率进行积分,反映波导阵列传输效率,结果如图 10 所示。

首先对短间距结构( $G_1 = 110 \mu\text{m}$ ,  $G_2 = 195 \mu\text{m}$ )进行分析。当  $f_2 = 0.164$  THz 时,能量主要集中于中心及邻近波导位置。其中中心波导传输效率约为 44.4%,两侧相邻位置降低至 11.5%与 10.9%。结合图 9(a)中的电场分布特性,发现部分能量耗散至波导间空气层中,造成了一定的计算误差。同时,计算结果表明短间距结构传输稳定性较差,THz 波难以沿中心波导稳定传播。等间距结构是三种结构中最易理解的一环,当  $f_3 = 0.174$  THz 时等间距( $G_3 = 180 \mu\text{m}$ )结构中心波导传输效率仅为 12.2%,而最外侧波导分别达到 25.4%与 29.0%,能量向外侧波导耦合明显,未呈现出局域特性,与切面场分布图结果一致。

最后针对长间距结构( $G_4 = 210 \mu\text{m}$ ,  $G_5 = 110 \mu\text{m}$ )进行分析。当  $f_4 = 0.18$  THz 时,输出能量沿间隔波导衰减,与上文模式分析情况一致。在中心波导位置传输效率约为 48.9%,两侧第 3、3'根波导效率分别为 18.6%与 18.9%,而在相邻波导(第 2、2'根)位置均低于 1.5%,表明波导阵列场分布具有良好的局域性,满足“零模式”传输特性。



**Figure 10.** Transmission efficiency of three structural waveguide arrays

**图 10.** 三种结构波导阵列传输效率

## 4. 结论

本文提出基于波导的耦合模理论和 SSH 模型的硅脊波导阵列结构, 分别设计短间距、等间距、长间距三种结构, 研究波导阵列的拓扑传输特性, 成功验证了拓扑零模式的特征分布。通过改变中心缺陷位置间隔参数, 构建具有不同拓扑特性的阵列, 利用耦合模理论分析计算有限波导阵列结构中的超模能带结构, 研究拓扑束缚模式, 即零模式出现的条件, 并通过结构仿真, 研究输出端口效率进行验证。通过对 THz 波传输特性的研究, 为在 THz 波段实现具有鲁棒性的稳定传输提供研究基础与可行思路。

## 参考文献

- [1] 宋万鸽. 拓扑波导阵列中的光场调控研究[D]: [博士学位论文]. 南京: 南京大学, 2021.
- [2] 吴兵兵. 非厄米系统的耦合模理论[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2017.
- [3] 邵恩浩, 帕尔哈提江·吐尔孙. 基于耦合模理论的波导光栅特性研究[J]. 量子光学学报, 2023, 29(4): 68-75.
- [4] 陈楷旋. 硅基波导系统模场调控及应用[D]: [博士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2020.
- [5] 周昕. 硅基多模干涉耦合器的设计与应用[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京大学, 2018.
- [6] 张奇. 基于硅基波导光栅的耦合器与滤波器研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 东南大学, 2019.
- [7] 魏彤彤. 一维拓扑光子晶体的界面态及其吸收特性研究[D]: [硕士学位论文]. 无锡: 江南大学, 2023.
- [8] 卜凡, 王涛, 郑任嗣, 等. 基于 SSH 模型拓扑边界态和角态的实现[J]. 光学技术, 2024, 50(1): 94-98.
- [9] Andrea, B., Imanol, A., *et al.* (2016) Topological Optical Waveguiding in Silicon and the Transition between Topological and Trivial Defect States. *Physical Review Letters*, **116**, Article 163901. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.163901>
- [10] Cheng, Q.Q., Chen, T., Yu, D., *et al.* (2018) Flexibly Designed Spoof Surface Plasmon Waveguide Array for Topological Zero-Mode Realization. *Optics Express*, **26**, 31636-31647. <https://doi.org/10.1364/OE.26.031636>
- [11] Cheng, Q.Q., Pan, Y.M., Wang, H.Q., *et al.* (2019) Observation of Anomalous  $\pi$  Modes in Photonic Floquet Engineering. *Physical Review Letters*, **122**, Article 173901.
- [12] Song, W., Sun, W., Chen, C., *et al.* (2020) Robust and Broadband Optical Coupling by Topological Waveguide Arrays. *Laser & Photonics Reviews*, **14**, Article 1900193. <https://doi.org/10.1002/lpor.201900193>
- [13] 程庆庆. 等离激元波导中模式调控与应用的研究[D]: [博士学位论文]. 南京: 南京大学, 2015.