

考虑动态时滞效应的两阶段网络DEA模型

冯若愚*, 朱卫未, 淦贵生

南京邮电大学管理学院, 江苏 南京

收稿日期: 2024年3月19日; 录用日期: 2024年4月2日; 发布日期: 2024年5月31日

摘要

时滞效应广泛存在于两阶段生产的投入产出活动中。现有的估算时滞效应的方法不能反映各个决策单元(DMU)在时间跨度内每个阶段所采取的各种策略。本文建立了一个新的数据包络模型, 通过加入一个可变时滞因子来评估具有时滞效应的两阶段动态网络系统的性能, 以优化系统整体效率的方式对每个DMU进行重新建模。通过一个算例验证了现有方法由于其局限性在一定程度上低估了系统的整体效率测量, 而提出的模型解决了这一问题, 并能很好地表现了资源存量的动态变化, 从宏观角度确定了资源的虚拟再分配, 可以为动态网络系统中的资源合理配置提供解决方案, 优化整体效率。

关键词

数据包络分析, 时滞效应, 动态网络系统

A Two-Stage Network DEA Model Considering Dynamic Time Lag Effects

Ruoyu Feng*, Weiwei Zhu, Guisheng Gan

School of Management, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing Jiangsu

Received: Mar. 19th, 2024; accepted: Apr. 2nd, 2024; published: May 31st, 2024

Abstract

Time lag effects are widely present in the input-output activities of two-stage production. Existing treatments for estimating time lag effects do not reflect the various strategies deployed by individual decision-making units (DMUs) at each stage over a time horizon. In this paper, a new data envelopment model is developed to evaluate the performance of the two-stage dynamic network system with the time lag effect by incorporating a variable time lag factor. Individual DMUS is re-programmed in a way that optimizes the overall efficiency of the system. It is verified that the ex-

*通讯作者。

isting methods underestimate the overall system efficiency measurement to some extent due to their limitations by an arithmetic example. However, the proposed model solves this problem and represents the dynamics of the resource stock very well. The proposed model identifies the virtual redistribution of resources from a macro perspective, which can provide solutions for the rational allocation of resources in dynamic network systems and optimize overall efficiency.

Keywords

Data Envelopment Analysis, Time Lag Effects, Dynamic Network System

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在实际的经济生产生活、物流、科研工作等诸多领域，存在着广泛的时滞效应，如商业活动中广告的商誉效益、物流运输中的时间成本、农业生产中化肥的作用、医疗卫生领域中医务人员的培训等。从研究工作本身的性质来看，大部分研究工作有较长的时间跨度。目前经济生产领域对时滞效应的研究多采用回归分析[1][2]、阿尔蒙多项式技术[3][4]、向量自回归[5][6]等计量经济学方法。一些学者利用 DEA 研究时滞效应，以便更客观地评估生产效率[7][8][9][10]。

当前的研究大多是聚焦“黑箱”系统的时滞效应，即只考虑系统当期产出对后面时期的影响，而忽略了系统内部存在的时滞效应。如研发机构的运作可分为研发阶段和成果转化阶段，研发阶段产生的成果不会在当期完全转化，它们会对随后的几个时期产生持续影响。一些学者利用计量经济学的滞后效应测量方法，对 DEA 的初始数据进行转换，并研究存在时滞效应的网络结构系统的效率评价[11][12][13]。然而，这种方法忽略了不同决策单元往往具有不同的时滞效应。Lim 等[14]提出了一种基于具有时滞效应的领导者-追随者的动态网络模型评估方法，但其模型优先考虑某一阶段的效率，总效率仅由两个阶段效率的加权平均得到，具有明显的主观评价倾向。因此，该模型不能适用于两个阶段之间不存在明显的领导者和追随者关系的情况，如两个阶段的主体不同。本文根据两个阶段的资源利用情况，定义两个阶段的权重，为每个 DMU 分配相应的时滞系数，从而开发出一种客观评价时滞效应下动态网络模型的方法，实现系统整体效率的优化和时滞效应的衡量。

本文内容如下。第 2 节回顾了目前已有的两阶段生产系统效率评估和多期效率测量方法。第 3 节基于扩展的加法效率分解模型[15]，提出了时滞效应下动态网络的评估方法。在第 4 节中，我们通过一个简单的算例，将所提出的模型与之前的方法进行了比较说明。结果表明，在时滞效应下的效率评估中，该模型能够更好地解决动态系统中生产准备时间和评估时期之间的差异。最后，我们在第 5 节中对本文的工作进行了总结，并对未来的工作提出了建议。

2. 文献综述

本节回顾了两阶段 DEA 和多期效率测量的相关文献，并讨论了突出的理论问题。

2.1. 两阶段网络 DEA 模型文献综述

传统的 DEA 效率评估模型将系统视为一个“黑箱”。决策单元(DMU)被视为单一阶段的投入产出结

构, 而不考虑系统内流程和指标之间的相互关系。实际上, 许多系统包含多个相互关联的子系统, 许多组织包含多个独立但相关的部门和单位。为了打开这个“黑箱”, Charnes 等人[16]首次提出了两阶段评估案例, 在随后的 30 年中, 网络 DEA 的理论模型有了长足的发展。

两阶段网络 DEA 模型的一个重要研究方向是网络模型的建模技术。两阶段网络 DEA 建模技术大致分为效率分解技术和效率汇总技术。Kao 和 Hwang [17]将总效率定义为两个阶段效率的乘积, 解决了 Seiford [18]等提出的两个阶段效率之间的潜在冲突。Liang 等[19]通过将博弈论引入两阶段乘法分解模型, 提出了领导者-追随者情景以及合作博弈情景下的效率测量方法。Chen Y 等人[20]提出了一种方法, 将 DMU 的总效率表示为组成 DMU 的各阶段或部门效率的加权平均值。Cook 等[21]将这种加法分解方法扩展到了更一般的网络结构。由于用于求解非线性集中模型全局最优解的启发式搜索过于繁琐, Chen K 和 Zhu [22]开发了一种二阶锥规划(SOCP)技术, 可用于求解一般的两阶段网络 DEA 模型。Despotis 和 Koronakos [23]发现, 乘法总效率对各阶段效率的分解并不是唯一的。加法分解模型使效率评估偏向第二阶段。他们提出了一种新的两阶段效率评估方法, 其基础是选择第一阶段的输出方向和第二阶段的输入方向。

两阶段网络 DEA 的另一个主要研究领域是权重和偏好的讨论。通过研究加法效率分解的网络 DEA 模型, Ang 和 Chen [24]发现, 当认为某一阶段的分解权重反映了该阶段的相对重要性时, 上游阶段在效率分解中将获得更高的优先权。此外, 非递增权重会影响整体效率和阶段效率得分的评估。Despotis 等人[25]提出了一种新的无偏方法来估算每个阶段的唯一效率得分, 这进一步弥补了加法模型偏向第二阶段的缺点。Guo 等[26]研究了不同权重的网络 DEA 的加法效率分解以及权重变化对总体效率的影响。他们发现, 权重可能不会影响阶段效率分数的计算, 而使用不同权重所导致的总体效率变化与不变的阶段效率可以相互关联。他们还提出, 可以使用新的总体效率指数来解决加权加法效率分解中的不足。An 等[27]根据两个部门绩效的差异, 提出了用权益分解整体效率的新模型, 并进一步应用于衡量中国商业银行的绩效。

2.2. 动态效率测量

相对于使用传统的 DEA 模型来评价系统的静态效率, 一些学者致力于开发生态模型来衡量效率随时间的变化。目前 DEA 领域对动态效率的研究可分为以下几种方法: DEA-Windows 分析法、DEA-Malmquist 指数分析法和动态 DEA。Charnes A 等[28]首次将窗口分析法应用于 DEA 领域。从本质上讲, 该方法是对传统 DEA 模型面板数据内容的改进。其独特之处在于窗口宽度的设定, 这弥补了 DEA 模型固有的时间因素的不足。

Malmquist DEA [29]是一种衡量 DMU 效率变化的工具, 可以在时间层面上连续有效地观察 DMU 效率的进步或退步。Färe 等[30]从投入导向的角度对 Malmquist DEA 进行了深入研究, 并首次提出了 Malmquist 生产率指数的分解方法。通过计算不同技术基准的 MPI, 将相邻两个时期 MPIS 的几何平均数作为总体 MPI。他们将生产率变化分解为效率变化和技术变化, 指出生产率变化与技术效率和技术变化有关。Berg 等人[31]认为, 两个时期的生产率变化可以用同一技术前沿的效率比率来表示, 并将生产率指数分解为两部分, 一部分是追赶效应(纯效率变化), 另一部分是前沿面移动效应(技术变化)。Färe 等人[32]根据规模收益可变的假设, 进一步将技术变化分解为规模变化的一部分, 可表示为 CRS 下的方向距离函数与 VRS 下的方向距离函数之比。Pastor 和 Lovell [33]指出了传统 MPI 的以下问题, 一是几何平均 MPI 可能不是循环的, 二是技术回归可能使 LP 不可行。因此, 他们提出了一种新的全局 MPI, 即以不同时期的所有 DMU 为技术基础, 计算相邻时期 DMU 的效率比。此外, 全局 malmquist-luenberger 生产率指数的计算与分解也是研究的一个重要方面[34] [35] [36]。

上述两种动态测量方法都是从模型层面实施的动态评价，没有考虑到多个评价周期与单个周期之间的联系。Färe 和 Grosskopf [37]通过动态评估连接两个连续周期的结转变量，首次提出了动态 DEA 模型。Tone 和 Tsutsui [38]在 SBM 模型的基础上构建了一个 DSBM 模型来衡量总体效率和周期效率，该模型将结转变量分为四种类型：好的、坏的、自由的和固定的。在此基础上，Tone 和 Tsutsui [39]在 DSBM 模型中加入网络结构，构建了 NDSBM 模型，并对电力企业的分阶段效率和整体效率进行了实证评价。近年来，一些学者创造性地在动态网络模型中引入了时滞效应[40] [41] [42]，使动态 DEA 得到了更广泛的发展。

2.3. 时滞效应

为了消除经济生产中普遍存在的时滞效应对效率测度准确性的影响，时滞效应被引入了 DEA 领域。一些学者通过设置滞后期或应用计量经济学方法来测度时滞效应，从而对效率测度进行预期。Zou 等[13]预设专利授权时滞为一年，然后利用 SBM-NDEA 考察了中国高专利密集型产业的整体创新状况。De-cheng 等[11]引入了基于复相关系数的滞后期，解决了产业结构演化评价中投入与产出之间的滞后问题。Yue 等人[12]设计了一种效率评价的混合模型。他们使用向量自回归(VAR)模型和产出修正模型来量化时滞效应和相关效应。此外，他们还提出了一种扩展的超效率数据包络分析(SE-DEA)模型，用于在时滞效应下进行效率估算。

还有人通过重新定义结转变量，将时滞效应纳入动态模型。Özpeynirci 和 Köksalan [7]将时滞效应解释为前 t 期的多个投入导致了当期的产出，并提出了一个多期投入导向的 DEA 效率分析模型。Zhang 等人[40]基于当期投入影响后期产出的投入视角，建立了多期产出模型。

Lee 等人[10]认为，在多期投入导向的 DEA 模型和多期产出导向的 DEA 模型中，假定时滞效应在每个时间点的权重不同是不合理的，失去了时滞效应的本质。因此，他们建议限制投入的时滞权重，使其在每个时间点保持不变。在此基础上，他们对韩国的研发效率进行了测量和评估，证明研发效率与时滞的大小无关。在多期动态 DEA 分析中，Khalili-Damghani 等人[42]将具有时滞效应的投入要素的时滞因素用指数的形式表示出来，并将其应用于伊朗棉花种植的效率分析。然而，这些研究大多是在规模收益不变的假设下考虑具有时滞效应的投入的效率评价，此外，这些学者也没有考虑具有多个阶段的多期生产过程。

针对这些情况，本文建立了一个新的模型来衡量具有时滞效应的两阶段动态网络效应的效率。

3. 具有可变动态时滞的网络模型

如图 1 所示，我们将重点放在一个跨越 T 期的普通两阶段网络系统上。在评估阶段，整个系统被认为是封闭的。也就是说，在第一阶段没有结转进入，在最后阶段没有结转离开，并且在整个评估阶段所有资源都已耗尽。一方面，评估系统的封闭性符合分阶段评估系统效率的原理。另一方面，第一阶段的结转和最后阶段的结转也没有必要模棱两可。表 1 概述了本文涉及的具体指标符号。

Table 1. Indicator symbols and descriptions

表 1. 指标符号及描述

符号	描述
j	第 j 个 DMU，其中 $j \in \{1, \dots, n\}$
t	第 t 的时期，其中 $t \in \{1, \dots, T\}$
l	第 l 个阶段，其中 $l \in \{1, 2\}$
i	第 l 阶段第 m 个投入，其中 $i \in \{1, \dots, m^l\}$
d	第 d 个中间产品，其中 $d \in \{1, \dots, D\}$

续表

r	第 r 个投入, 其中 $r \in \{1, \dots, s^l\}$
τ	指定结转的来源或去向, 其中 $\tau \leq t$ 或 $\tau \geq t$
DMU_j^t	t 时期 l 阶段的第 j 个 DMU
x_{ij}^t	DMU_j^t 的第 i 个投入
z_{dj}^t	$DMU_j^{t(i-1)^t}$ 的第 d 个中间产出
y_{rj}^t	DMU_j^t 的第 r 个产出
v_{ij}^t	x_{ij}^t 的权重
w_{dj}^t	z_{dj}^t 的权重
u_{rj}^t	y_{rj}^t 的权重
ω^t	时期 t 的权重
$\alpha_{dj}^{\tau \rightarrow t}$	$DMU_j^{t(i-1)^t}$ 的第 d 个中间产出从 τ 到 t 时期的时滞因子
$U_{dj}^{\tau \rightarrow t}$	$\alpha_{dj}^{\tau \rightarrow t}$ 的下界
$L_{dj}^{\tau \rightarrow t}$	$\alpha_{dj}^{\tau \rightarrow t}$ 的上界
E_j^t	DMU_j 在 t 时期第 l 阶段的效率
E_j^*	DMU_j 在 t 时期的效率
E_j^{l*}	在所有 t 时期内 l 阶段的总效率
E_j^*	DMU_j 在所有 t 时期内的总效率

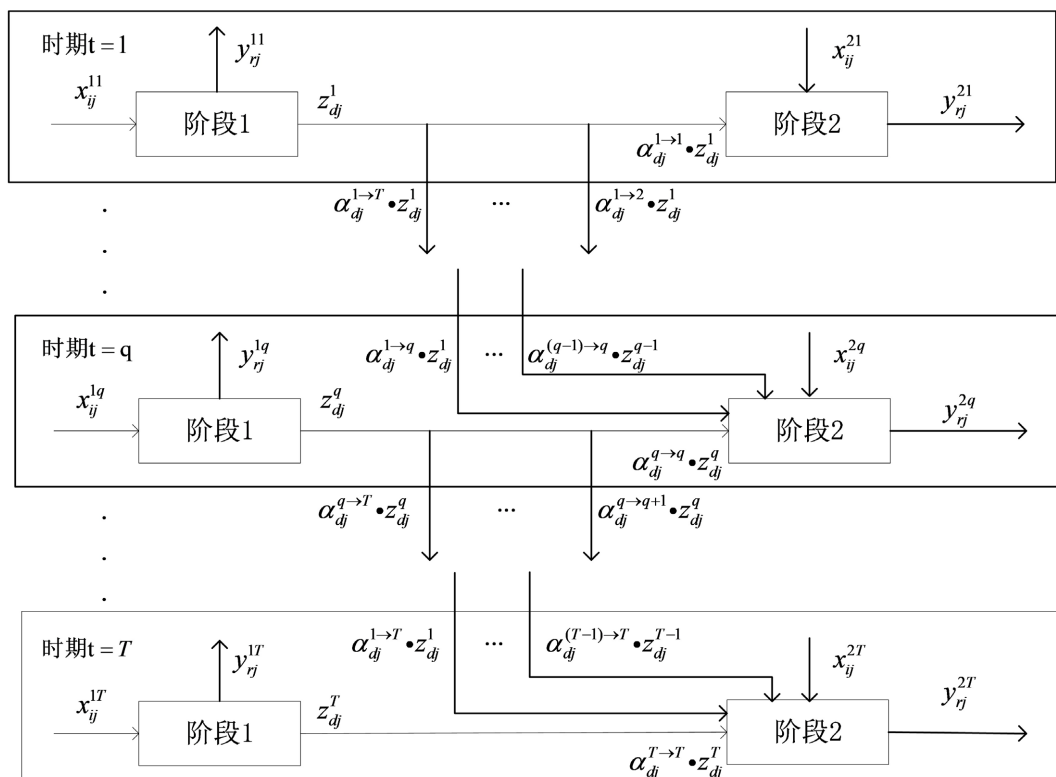


Figure 1. Illustration of the two-stage dynamic network structure system considering variable time lag effects
 图 1. 具有可变时滞效应的两阶段动态网络结构系统图示

基于 Banker 等人(1984)的可变规模收益(VRS)模型, DMU_k 在第一和第二阶段的 VRS 效率分值得分别用模型(3.1)和(3.2)表示。

$$E_k^1 = \max \sum_{t=1}^T \omega_t \left[\frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dk}^t + f_k^{At}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t}} \right]$$

$$\text{s.t.} \frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rj}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dj}^t + f_k^{At}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t}} \leq 1, \quad \forall t, j$$

$$v_{ik}^{1t}, u_{rk}^{1t}, w_{dk}^f \geq 0, \quad \forall t, j$$
(3.1)

$$E_k^2 = \max \sum_{t=1}^T \omega_t \left[\frac{\sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rj}^{2t} + f_k^{Bt}}{\sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau}} \right]$$

$$\text{s.t.} \frac{\sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rj}^{2t} + f_k^{Bt}}{\sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau}} \leq 1, \quad \forall t, j;$$

$$\sum_{\tau=t}^T \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} = 1;$$

$$L_{dk}^{\tau \rightarrow t} \leq \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \leq U_{dk}^{\tau \rightarrow t}, \quad \forall t, j;$$

$$v_{ik}^{2t}, u_{rk}^{2t}, w_{dk}^{\tau}, \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \geq 0, \quad \forall t, j;$$
(3.2)

其中 ω_t 表示每一时期分配的权重且有 $\sum_{t=1}^T \omega_t = 1$, 为人为设置的常数, 基于 Chen 等人(2014)的假设和效率分解方法, 我们将第一阶段的效率和第二阶段的效率平均加权, 用以表征总效率, 那么 t 时期的总效率可以表示为

$$w_1^t \cdot \frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rj}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dj}^t + f_k^{At}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t}} + w_2^t \cdot \frac{\sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rj}^{2t} + f_k^{Bt}}{\sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau}}$$
(3.3)

w_1^t, w_2^t 分别表示 t 时期两阶段分配的权重, 即有 $w_1^t + w_2^t = 1$ 。

更具体的说, w_1^t, w_2^t 代表了两阶段的相对重要性, 也就是说 w_1^t, w_2^t 表征的是总资源在两个阶段的贡献情况, 即 w_1^t, w_2^t 可分别表示为:

$$w_1^t = \frac{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau}}$$
(3.4)

$$w_2^t = \frac{\sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau}}$$
(3.5)

$\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau}$ 表示的是 t 时期两个阶段消耗的资源总量,
 $\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t}$ 是 t 时期第一阶段消耗的资源, 权重 w_{dk}^t 即表示为第一阶段消耗资源在总资源的占比情况,
 $\sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau}$ 是 t 时期第二阶段消耗的资源。

因此在可变规模收益下, DMU_k 在 T 时期内的整体效率评分可通过求解以下分式方案进行评估(3.6)。

$$\begin{aligned}
 E_k^* &= \max \sum_{t=1}^T \omega_t \left[\frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^t \cdot z_{dk}^t + \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{1t} + f_k^{2t}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dk}^{\tau}} \right] \\
 \text{s.t. } &\frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rj}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^t \cdot z_{dj}^t + f_k^{1t}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t}} \leq 1, \quad \forall t, j \\
 &\frac{\sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rj}^{2t} + f_k^{2t}}{\sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau}} \leq 1, \quad \forall t, j \\
 &\sum_{\tau=t}^T \alpha_{dk}^{t \rightarrow \tau} = 1; \\
 &L_{dk}^{\tau \rightarrow t} \leq \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \leq U_{dk}^{\tau \rightarrow t}, \quad \forall t, j \\
 &v_{ik}^{1t}, v_{ik}^{2t}, u_{rk}^{1t}, u_{rk}^{2t}, w_{dk}^t, \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \geq 0, \quad \forall t, j
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

通过 Charnes-Cooper 变换, 可以将上述分式程序(3.6)转换为下面的模型(3.7)。

$$\begin{aligned}
 E_k^* &= \max \sum_{t=1}^T \omega_t \left[\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^t \cdot z_{dk}^t + \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{1t} + f_k^{2t} \right] \\
 \text{s.t. } &\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rj}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^t \cdot z_{dj}^t + f_k^{1t} - \sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t} \leq 0, \quad \forall t, j \\
 &\sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rj}^{2t} + f_k^{2t} - \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} - \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau} \leq 0, \quad \forall t, j \\
 &\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dk}^{\tau} = 1, \quad \forall t \\
 &\sum_{\tau=t}^T \alpha_{dk}^{t \rightarrow \tau} = 1; \\
 &L_{dk}^{\tau \rightarrow t} \leq \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \leq U_{dk}^{\tau \rightarrow t}, \quad \forall t, j \\
 &v_{ik}^{1t}, v_{ik}^{2t}, u_{rk}^{1t}, u_{rk}^{2t}, w_{dk}^t, \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \geq 0, \quad \forall t, j
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

令 $w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} = \varphi_{dk}^{\tau \rightarrow t}$, 可将非线性规划问题(3.7)转化为线性规划(3.8)求解,

$$\begin{aligned}
 E_k^* &= \max \sum_{t=1}^T \omega_t \left[\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^t \cdot z_{dk}^t + \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{1t} + f_k^{2t} \right] \\
 \text{s.t. } &\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rj}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^t \cdot z_{dj}^t + f_k^{1t} - \sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t} \leq 0, \quad \forall t, j \\
 &\sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rj}^{2t} + f_k^{2t} - \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} - \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D \varphi_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dj}^{\tau} \leq 0, \quad \forall t, j
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D \varphi_{dk}^{\tau \rightarrow t} \cdot z_{dk}^{\tau} = 1, \quad \forall t \\
& w_{dk}^f \cdot L_{dk}^{\tau \rightarrow t} \leq \varphi_{dk}^{\tau \rightarrow t} \leq w_{dk}^f \cdot U_{dk}^{\tau \rightarrow t}, \quad \forall t, j \\
& \sum_{\tau=t}^T \varphi_{dk}^{\tau \rightarrow \tau} = w_{dk}^f, \quad \forall d, t \\
& v_{ik}^{1t}, v_{ik}^{2t}, u_{rk}^{1t}, u_{rk}^{2t}, w_{dk}^f, \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t} \geq 0, \quad \forall t, j
\end{aligned} \tag{3.8}$$

当我们从(3.8)式求出最优解后, 就可以相应地计算这两个阶段的效率分数。然而, 当(3.8)得到最优解的时候, (3.3)中定义的整体效率的分解可能不是唯一的。因此, 我们遵循 Kao 和 Hwang (2008)的方法, 寻找一组在保持整个过程的效率分数的同时, 产生第一或第二阶段效率分数最高的乘数。

我们令 w_1^{t*}, w_2^{t*} 为从(3.8)中得到的第一、二阶段分配的最优权重。注意, 在(3.8)式中, 我们有 $\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t*} \cdot x_{ik}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t*} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D \varphi_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dk}^{\tau} = 1$ 。因此, 如果我们令 $\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t*} \cdot x_{ik}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t*} \cdot x_{ik}^{2t} = w_1^{t*}$, 则有 $w_2^{t*} = \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D \varphi_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dk}^{\tau}$, 其中 $v_{ik}^{1t*}, v_{ik}^{2t*}, u_{rk}^{1t*}, u_{rk}^{2t*}, w_{dk}^f, \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t*}$ 代表着从(3.8)中得到的 $v_{ik}^{1t}, v_{ik}^{2t}, u_{rk}^{1t}, u_{rk}^{2t}, w_{dk}^f, \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t}$ 对应的值。有一点需要说明的是, (3.8)式得到的是 T 时期内 DMU_k 总效率值最大的情况, t 时期的效率值可以由 $\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t*} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^{t*} \cdot z_{dk}^t + \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t*} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{1t*} + f_k^{2t*}$ 得到, 我们令 θ_k^{t*} 为 DMU_k 在时期的效率值, 即 $\theta_k^{t*} = \frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t*} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^{t*} \cdot z_{dk}^t + \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t*} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{1t*} + f_k^{2t*}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t*} \cdot x_{ik}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t*} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D \varphi_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dk}^{\tau}}$ 。

在保持总效率值最大的前提下, 最大化第一阶段的效率值, 我们可以得到

$$\begin{aligned}
\theta_k^{1t*} &= \max \sum_{t=1}^T \omega_t \left[\frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dk}^t + f_k^{At}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t}} \right] \\
\text{s.t. } & \frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dk}^t + f_k^{At}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t}} \leq 1, \quad \forall t, j \\
& \frac{\sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{Bt}}{\sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dk}^{\tau}} \leq 1, \quad \forall t, j \\
& \frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dk}^t + \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{At} + f_k^{Bt}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^{\tau} \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dk}^{\tau}} = \theta_k^{t*}, \\
w_1^{t*} & \cdot \frac{\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dk}^t + f_k^{At}}{\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t}} \leq \theta_k^{t*}, \\
& \sum_{\tau=t}^T \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow \tau} = 1; \\
& v_{ik}^{1t}, v_{ik}^{2t}, u_{rk}^{1t}, u_{rk}^{2t}, w_{dk}^f \geq 0, \quad \forall t, j
\end{aligned} \tag{3.9}$$

模型(3.9)可以转化为线性模型(3.10)。

$$\begin{aligned}
\theta_k^{1*} &= \max \sum_{t=1}^T \omega_t \left[\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dk}^f + f_k^{1t} \right] \\
\text{s.t. } & \sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rj}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dj}^f + f_k^{1t} - \sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t} \leq 0, \quad \forall t, j; \\
& \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rj}^{2t} + f_k^{2t} - \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} - \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^\tau \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dj}^\tau \leq 0, \quad \forall t, j; \\
& \sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t} = 1, \quad \forall t; \\
& \sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dk}^f + \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{1t} + f_k^{2t} \\
& \quad - \theta_k^{1*} \cdot \left[\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^\tau \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dk}^\tau \right] = 0; \\
& w_1^{f*} \cdot \left[\sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dk}^f + f_k^{1t} \right] \leq \theta_k^{1*}; \\
& \sum_{\tau=t}^T \phi_{dk}^{t \rightarrow \tau} = w_{dk}^f, \quad \forall d, t; \\
& v_{ik}^{1t}, v_{ik}^{2t}, u_{rk}^{1t}, u_{rk}^{2t}, w_{dk}^f \geq 0, \quad \forall t, j
\end{aligned} \tag{3.10}$$

求解式(3.10), 可以得到 DMU_k 在保持总效率最大的情况下, 最大化第一阶段的总效率, 并可由此得到 DMU_k 在此情况下第一阶段各时期的效率值, 可用 θ_k^{1*} 表示 DMU_k 在 t 时期第一阶段的效率值。因此 DMU_k 在 t 时期第二阶段的效率值可由此计算 $\theta_k^{2*} = \frac{\theta_k^{1*} - w_1^{f*} \theta_k^{1*}}{w_2^{f*}}$ 。需要注意的是 θ_k^{2*} 是在保持总效率最大的前提下, 优化第一阶段效率使之最大, 间接得到的值, 因此不为最优值。

同样的, 在保证总体效率最大的前提下, 最大化第二阶段的效率, 可以得到下列程序。

$$\begin{aligned}
\theta_k^{2*} &= \max \sum_{t=1}^T \omega_t \left[\sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{2t} \right] \\
\text{s.t. } & \sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rj}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dj}^f + f_k^{1t} - \sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ij}^{1t} \leq 0, \quad \forall t, j \\
& \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rj}^{2t} + f_k^{2t} - \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ij}^{2t} - \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^\tau \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dj}^\tau \leq 0, \quad \forall t, j \\
& \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^\tau \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dk}^\tau = 1, \quad \forall t \\
& \sum_{r=1}^{s_1} u_{rk}^{1t} \cdot y_{rk}^{1t} + \sum_{d=1}^D w_{dk}^f \cdot z_{dk}^f + \sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{1t} + f_k^{2t} \\
& \quad - \theta_k^{2*} \cdot \left[\sum_{i=1}^{m_1} v_{ik}^{1t} \cdot x_{ik}^{1t} + \sum_{i=1}^{m_2} v_{ik}^{2t} \cdot x_{ik}^{2t} + \sum_{\tau=1}^t \sum_{d=1}^D w_{dk}^\tau \cdot \alpha_{dk}^{\tau \rightarrow t*} \cdot z_{dk}^\tau \right] = 0, \\
& w_2^{f*} \cdot \left[\sum_{r=1}^{s_2} u_{rk}^{2t} \cdot y_{rk}^{2t} + f_k^{2t} \right] \leq \theta_k^{2*}; \\
& \sum_{\tau=t}^T \phi_{dk}^{t \rightarrow \tau} = w_{dk}^f; \\
& v_{ik}^{1t}, v_{ik}^{2t}, u_{rk}^{1t}, u_{rk}^{2t}, w_{dk}^f \geq 0, \quad \forall t, j
\end{aligned} \tag{3.11}$$

并可由此得到 DMU_k 在此情况下第二阶段各时期的效率值, 可用 θ_k^{2t*} 表示 DMU_k 在 t 时期第一阶段的效率值。因此 DMU_k 在 t 时期第二阶段的效率值可由此计算 $\theta_k^{1t} = \frac{\theta_k^{1*} - w_2^{1*} \theta_k^{2t*}}{w_1^{1*}}$ 。

如果 $\theta_k^{1t} = \theta_k^{1*}$, $\theta_k^{2t} = \theta_k^{2*}$, 那么可以得到唯一一组效率分解。

此外, 我们注意到在本章中定义的 w_1^t 和 w_2^t 是与投入和产出相关的变量。通过优化过程有时会得到 $w_1^t = 1, w_2^t = 0$ 或者 $w_1^t = 0, w_2^t = 1$ 的情况。 w_1^t 和 w_2^t 分别代表了两个阶段消耗资源的比例, 同时在(3.3)式中也表示两个阶段的贡献度。为了解决这个问题, 可以要求 $w_1^t \geq \beta$ 且 $w_2^t \geq \beta$, 其中 β 为区间上 $[0, 0.5]$ 的一个定值, 代表着第一二阶段贡献度的一个最小取值。这两个额外的约束也可以看作是用户对两个阶段的相对重要性的偏好。如果需要这样的附加约束, 我们可以进一步研究总体效率分数相对于参数 β 的变化的敏感度。同时, 令 $f_k^{1t} = f_k^{2t} = 0$ 时, 很容易可以得到 CRS 假设下的相应模型。

4. 算例

在本节中, 我们将通过一个简单的算例来演示所提出的模型。我们用所提出的模型来说明效率分析中的时滞效应, 并讨论与传统两阶段网络 DEA 模型结果的差异。让我们考虑三个虚拟生产活动(DMU A、B 和 C), 如表 2 所示(本例中的数据是随机生成的)。在第一阶段, 输入(x)转化为中间产品(z); 在第二阶段, 中间产品(z)在两个时期(即 $t = 1$ 和 2)的评估窗口内转化为最终输出(y)。这种随机情况基于 CRS 假设计算, 结果如表 3 所示。

Table 2. Illustrative example
表 2. 算列表

DMU	$t = 1$			$t = 2$		
	x	z	y	x	z	y
A	15	3	7	20	6	10
B	15	5	10	14	4	10
C	16	4	8	19	4	6

Table 3. Comparison of efficiency
表 3. 效率结果比较

t	DMU	不考虑时滞效应			本文提出的模型		
		E1	E2	E	E1	E2	E
$t = 1$	A	0.6000	1.0000	0.7500	0.6000	1.0000	0.7000
	B	1.0000	0.8571	0.9286	1.0000	0.8571	0.9556
	C	0.7500	0.8571	0.7959	0.7500	0.8571	0.7780
$t = 2$	A	1.0000	0.6667	0.8333	1.0000	1.0000	1.0000
	B	0.9524	1.0000	0.9756	0.9524	1.0000	0.9848
	C	0.7018	0.6000	0.6598	0.7018	0.6750	0.6861

表 3 的第 3、4 和 5 列显示了第一阶段和第二阶段的效率值, 以及通过 Li Y 等[15]提出的模型计算出的总效率值, 后三列显示了本文提出模型计算出的效率值。在引入可变时滞因子后, 第一阶段的效率值没有变化, 第二阶段的效率值在第一评估期($t = 1$)也没有变化。在第二个评估期($t = 2$), DMUA 的第二阶段效率值从 0.6667 变为 1, 实现了相对有效。同时, DMUC 的第二阶段效率值从 0.6 上升到 0.675。时滞效应的强弱通过时滞系数反映出来, 其结果见表 4。在这种情况下, 由于考察两个评价期, 因此第一期(t

= 1)的最终产出来自于当期部分中间产出的影响, 第二期($t = 2$)的最终产出部分来自于第一期中间产出和第二期全部中间产出的存量结转。

不同 DMU 的时滞效应不同, DMU A 有 55.56%的中间产出在第一期作用于当期, 其余的在第二期使用, 而 DMU B 和 DMU C 分别有 45.05%和 47.27%的中间产出在第一期作用于当期。由于 $\alpha^{2 \rightarrow 2} = 1$, $t = 2$ 是最后一个评估期, 因此不考虑后续时滞(所有资源在评估期内耗尽)。

Table 4. Time lag factors
表 4. 时滞因子

DMU	$\alpha^{1 \rightarrow 1}$	$\alpha^{1 \rightarrow 2}$	$\alpha^{2 \rightarrow 2}$
A	0.5556	0.4444	1.0000
B	0.4505	0.5495	1.0000
C	0.4727	0.5273	1.0000

表 5 显示了该模型在计算效率时的最优乘数, 我们发现时滞效应的实质是投入在时间上的再分配。表 5 最后一栏显示了时滞效应下调整后的中间产出(即第二期的投入), 由于时滞效应的存在导致部分产出在第二期发生作用, 第二期调整后的投入在第一期($t = 1$)变小。相应地, 第二期的调整后投入也变大了。我们发现, 虽然第二阶段的调整后投入在 $t = 1$ 时变小, 但对第一阶段的阶段效率值没有影响。在第二阶段, 当第二阶段的调整后投入变大时, 第二阶段的效率值也会变大。这正是该模型的优势所在, 它将阶段效率值和总效率值限制在不超过 1 的范围内, 即符合经典的 DEA 假设。此外, 不同时期的 UY 值(加权产出之和)也有所调整; 具体而言, 在 Li Y 等[15]模型中, 3 个 DMU 在两个时期的 UY 值没有显著差异, 而在本模型中, 第 2 期的 UY 值明显大于第 1 期, 这符合时滞效应的内在逻辑。

Table 5. Multipliers achieving optimal efficiency
表 5. 取得最优效率时的乘数

时期	DMU	V	W	U	VX	WZ	UY	修正了时滞效应的中间产出总和
$t = 1$	A	0.0500	0.1500	0.0357	0.7500	0.4500	0.2500	0.2500
	B	0.0460	0.1379	0.0266	0.6894	0.6894	0.2662	0.3106
	C	0.0461	0.1384	0.0280	0.7383	0.5537	0.2243	0.2617
$t = 2$	A	0.0200	0.0667	0.0600	0.4000	0.4000	0.6000	0.6000
	B	0.0227	0.0758	0.0682	0.3182	0.3030	0.6818	0.6818
	C	0.0219	0.0730	0.0657	0.4161	0.2920	0.3942	0.5839

Table 6. Comparison of the weights of the two stages
表 6. 两个阶段的权重比较

时期	DMU	无时滞		时滞	
		w_1	w_2	w'_1	w'_2
$t = 1$	A	0.6250	0.3750	0.7500	0.2500
	B	0.5000	0.5000	0.6894	0.3106
	C	0.5714	0.4286	0.7383	0.2617
$t = 2$	A	0.5000	0.5000	0.4000	0.6000
	B	0.5122	0.4878	0.3181	0.6819
	C	0.6598	0.3402	0.4161	0.5839

虽然两个阶段在 $t = 1$ 期间的效率值没有变化,但总效率值发生了变化。例如,DMUA 的总效率值从 0.75 下降到 0.7,DMUC 的效率值从 0.7959 下降到 0.7780,而 DMUB 的效率值从 0.9286 上升到 0.9556。如表 6 所示,我们发现加入时滞效应会改变第二阶段的实际投入数量,从而导致两个阶段的资源利用率发生变化,最直观的是导致两个阶段的权重发生变化(即 w_1 和 w_2 , w_1' 和 w_2'),最终导致总效率的变化,即 $E_k^t = w_1' \cdot E_k^{1t} + w_2' \cdot E_k^{2t}$ 。

为了说明所提出的时滞效应下的时滞系数分配方法能够获得最佳效率值,有必要将所提出的模型与其他预设统一时滞效应的方法进行比较。为了充分研究固定时滞效应对效率的影响,对时滞系数进行了灵敏度分析。将初始 k 的初始值设为 0.01,并将步长设为 0.01,相应的总效率随时滞因子 $\alpha^{1 \rightarrow 1} = k$ 的变化曲线如图 2 所示。当 $\alpha^{1 \rightarrow 1} \in [0.01, 0.55]$ 时,总效率逐渐提高,当 $\alpha^{1 \rightarrow 1} \in [0.55, 1]$ 时,总效率逐渐降低。固定时滞效应为 $\alpha^{1 \rightarrow 1} = 1$ 的分配方案与 Li 等[15]得出的结果 0.8239 一致,因为该分配方案与他们的模型基本一致,即所有资源在当期耗尽,对以后各期没有影响(相当于忽略时滞效应)。最大值出现在 $\alpha^{1 \rightarrow 1} = 0.55$,这表明当第一期 55% 的收益在本期实现,45% 的收益保留在第二期时,系统的总效率最佳,即当固定时滞效应为 $\alpha^{1 \rightarrow 1} = 0.55$ 。而本模型求得的效率结果为 0.8508。这表明,为 DMU 分配不同的时滞系数将导致效率评估的变化,因此通过计量经济学方法为所有 DMU 设定统一的结转方案将导致低估效率,而提出的模型可以解决此问题。

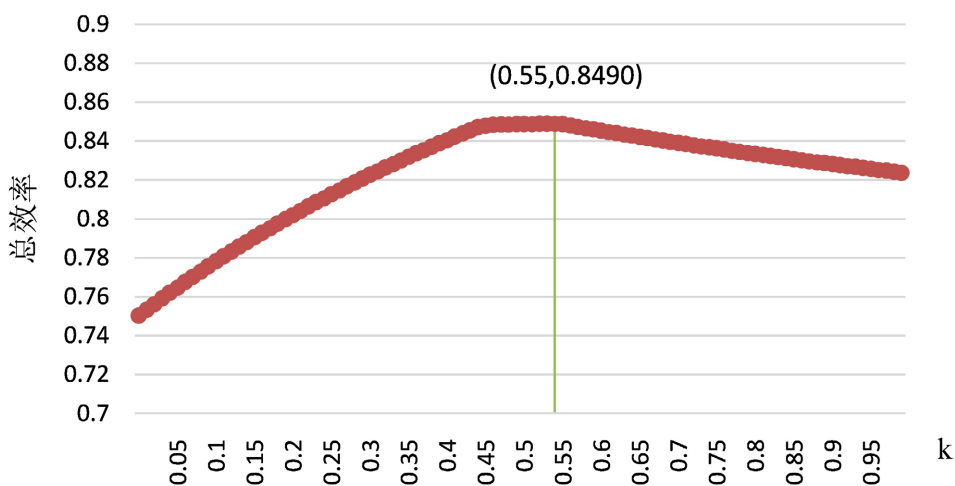


Figure 2. Variation of total efficiency with the different fixed time lag effects
图 2. 不同固定时滞效应下的总效率变化

5. 结论

本文提出了一个具有可变时滞因子的两阶段动态网络 DEA 模型,以考察时滞效应影响下的整体系统效率和各阶段效率。基于一组两阶段随机数算例,我们发现忽略时滞效应的存在会导致使用传统方法进行绩效评估的结果不精确。与以往预设固定时滞效应或为所有 DMU 估算统一结转方案的研究不同,本文为每个 DMU 分配了相应的时滞系数,使每个 DMU 都能找到自己的优化方案,并能很好地表现了资源存量的动态变化,从宏观角度确定了资源的虚拟再分配,为动态网络系统中的资源合理配置提供解决方案,优化整体效率。

本文提出的模型是基于现实世界未知时滞效应的前提背景。虽然本文提出的模型配备了一些补充约束条件,以弥补传统两阶段模型在多期绩效评估中存在的投入产出资源不匹配问题,但为了避免对所得出的效率指标产生误解,可能还需要提出一些与背景相关的要求。

我们提出的方法可以向几个方向扩展。其中一个可能的方向是进一步细分时滞效应的类型，即时滞效应不仅存在于期望的产出中，也存在于不期望的产出中。例如，化工活动中产生的废物会在多个时期内对整体效率产生持续的负面影响。如何更科学合理地权衡时滞效应，反映实际情况，也是一个潜在的研究方向。例如，相应结转变量的下限应设定为满足最低生产需求等。最后，所提出的模型还需要应用到更多反映社会生产实际情况的案例中，以验证该方法在两阶段动态系统评价中的有效性。

基金项目

受江苏省研究生科研与实践创新计划项目“时滞效应下网络结构模型及其应用研究”(KYCX22_0867)支持资助；受国家自然科学基金面上项目“层次网络结构 DEA 模型及其在医疗卫生系统绩效管理中的应用研究”(72171124)支持资助。

参考文献

- [1] Dormann, C. and Griffin, M.A. (2015) Optimal Time Lags in Panel Studies. *Psychological Methods*, **20**, 489-505. <https://doi.org/10.1037/met0000041>
- [2] Wilkins, A.S. (2018) To Lag or Not To Lag? : Re-Evaluating the Use of Lagged Dependent Variables in Regression Analysis. *Political Science Research and Methods*, **6**, 393-411. <https://doi.org/10.1017/psrm.2017.4>
- [3] Schmidt, P. and Waud, R.N. (1973) The Almon Lag Technique and the Monetary versus Fiscal Policy Debate. *Journal of the American Statistical Association*, **68**, 11-19. <https://doi.org/10.1080/01621459.1973.10481327>
- [4] Song, J., Kim, E., Kim, C.H., et al. (2015) The Role of Orexin in Post-Stroke Inflammation, Cognitive Decline, and Depression. *Molecular Brain*, **8**, Article No. 16. <https://doi.org/10.1186/s13041-015-0106-1>
- [5] Holtz-Eakin, D., Newey, W. and Rosen, H.S. (1988) Estimating Vector Autoregressions with Panel Data. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, **56**, 1371-1395. <https://doi.org/10.2307/1913103>
- [6] Kilian, L. (2001) Impulse Response Analysis in Vector Autoregressions with Unknown Lag Order. *Journal of Forecasting*, **20**, 161-179. [https://doi.org/10.1002/1099-131X\(200104\)20:3<161::AID-FOR770>3.0.CO;2-X](https://doi.org/10.1002/1099-131X(200104)20:3<161::AID-FOR770>3.0.CO;2-X)
- [7] Özpeynirci, Ö. and Köksalan, M. (2007) Performance Evaluation Using Data Envelopment Analysis in the Presence of Time Lags. *Journal of Productivity Analysis*, **27**, 221-229. <https://doi.org/10.1007/s11123-007-0037-7>
- [8] Zhang, Y. and Jeong, B.H. (2016) Development of a Multi-Period Output Model for Considering Time Lag Effect. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, **33**, Article 1650021. <https://doi.org/10.1142/S0217595916500214>
- [9] Jeong, B., Zhang, Y. and Lee, T. (2019) A Multi-Period Input DEA Model with Consistent Time Lag Effects. *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, **42**, 8-14. <https://doi.org/10.11627/jkise.2019.42.3.008>
- [10] Lee, T., Zhang, Y. and Jeong, B.H. (2016) A Multi-Period Output DEA Model with Consistent Time Lag Effects. *Computers & Industrial Engineering*, **93**, 267-274. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.01.003>
- [11] De-Cheng, F., Hao, L. and Yun, L. (2016) A Modified DEA Model—With the Lag Periods Based on Multiple Correlation Coefficients to Evaluate the Efficiency of Industrial Structure Evolution in China. *Operations Research and Management Science*, **25**, 195-203.
- [12] Yue, W., Gao, J. and Suo, W. (2020) Efficiency Evaluation of S&T Resource Allocation Using an Accurate Quantification of the Time-Lag Effect and Relation Effect: A Case Study of Chinese Research Institutes. *Research Evaluation*, **29**, 77-86. <https://doi.org/10.1093/reseval/rvz027>
- [13] Zou, J., Chen, W., Peng, N., et al. (2020) Efficiency of Two-Stage Technological Innovation in High Patent-Intensive Industries that Considers Time Lag: Research Based on the SBM-NDEA Model. *Mathematical Problems in Engineering*, **2020**, Article ID: 2906293. <https://doi.org/10.1155/2020/2906293>
- [14] Lim, D.-J. and Kim, M.-S. (2022) Measuring Dynamic Efficiency with Variable Time Lag Effects. *Omega*, **108**, Article 102578. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2021.102578>
- [15] Li, Y., Chen, Y., Liang, L., et al. (2012) DEA Models for Extended Two-Stage Network Structures. *Omega*, **40**, 611-618. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2011.11.007>
- [16] Charnes, A., Cooper, W., Golany, B., et al. (1986) Two-Phase Data Envelopment Analysis Approaches to Policy Evaluation and Management of Army Recruiting Activities: Tradeoffs between Joint Services and Army Advertising. Center for Cybernetic Studies: University of Texas-Austin, Austin.
- [17] Kao, C. and Hwang, S.-N. (2008) Efficiency Decomposition in Two-Stage Data Envelopment Analysis: An Applica-

- tion on Life Insurance Companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, **185**, 418-429. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.11.041>
- [18] Seiford, L.M. and Zhu, J. (1999) Profitability and Marketability of the Top 55 U.S. Commercial Banks. *Management Science*, **45**, 1270-1288. <https://doi.org/10.1287/mnsc.45.9.1270>
- [19] Liang, L., Cook, W.D. and Zhu, J. (2010) DEA Models for Two-Stage Processes: Game Approach and Efficiency Decomposition. *Naval Research Logistics*, **55**, 643-653. <https://doi.org/10.1002/nav.20308>
- [20] Chen, Y., Liang, L. and Zhu, J. (2009) Equivalence in Two-Stage DEA Approaches. *European Journal of Operational Research*, **193**, 600-604. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.11.040>
- [21] Cook, W.D., Liang, L. and Zhu, J. (2010) Measuring Performance of Two-Stage Network Structures by DEA: A Review and Future Perspective. *Omega*, **38**, 423-430. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2009.12.001>
- [22] Chen, K. and Zhu, J. (2017) Second Order Cone Programming Approach to Two-Stage Network Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, **262**, 231-238. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.03.074>
- [23] Despotis, D.K., Koronakos, G. and Sotiros, D. (2016) Composition versus Decomposition in Two-Stage Network DEA: A Reverse Approach. *Journal of Productivity Analysis*, **45**, 71-87. <https://doi.org/10.1007/s1123-014-0415-x>
- [24] Ang, S. and Chen, C.-M. (2016) Pitfalls of Decomposition Weights in the Additive Multi-Stage DEA Model. *Omega*, **58**, 139-153. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.05.008>
- [25] Despotis, D.K. and Koronakos, G. (2014) Efficiency Assessment in Two-Stage Processes: A Novel Network DEA Approach. *Procedia Computer Science*, **31**, 299-307. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2014.05.272>
- [26] Guo, C., Shureshjani, R.A., Foroughi, A.A., et al. (2017) Decomposition Weights and Overall Efficiency in Two-Stage Additive Network DEA. *European Journal of Operational Research*, **257**, 896-906. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.08.002>
- [27] An, Q., Meng, F., Ang, S., et al. (2018) A New Approach for Fair Efficiency Decomposition in Two-Stage Structure System. *Operational Research*, **18**, 257-272. <https://doi.org/10.1007/s12351-016-0262-9>
- [28] Charnes, A., Clark, C.T., Cooper, C.W., et al. (1984) A Developmental Study of Data Envelopment Analysis in Measuring the Efficiency of Maintenance Units in the U.S. Air Forces. *Annals of Operations Research*, **2**, 95-112. <https://doi.org/10.1007/BF01874734>
- [29] Caves, D.W., Christensen, L.R. and Diewert, W.E. (1982) The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output, and Productivity. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, **50**, 1393-1414. <https://doi.org/10.2307/1913388>
- [30] Färe, R., Grosskopf, S., Lindgren, B., et al. (1992) Productivity Changes in Swedish Pharmacies 1980-1989: A Non-Parametric Malmquist Approach. *Journal of Productivity Analysis*, **3**, 85-101. <https://doi.org/10.1007/BF00158770>
- [31] Berg, S.A., Førsund, F.R. and Jansen, E.S. (1992) Malmquist Indices of Productivity Growth during the Deregulation of Norwegian Banking, 1980-89. *The Scandinavian Journal of Economics*, **94**, S211-S228. <https://doi.org/10.2307/3440261>
- [32] Färe, R., Grosskopf, S. and Norris, M. (1997) Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized Countries: Reply. *The American Economic Review*, **87**, 1040-1044.
- [33] Pastor, J.T. and Lovell, C.A.K. (2005) A Global Malmquist Productivity Index. *Economics Letters*, **88**, 266-271. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2005.02.013>
- [34] Du, J., Chen, Y. and Huang, Y. (2018) A Modified Malmquist-Luenberger Productivity Index: Assessing Environmental Productivity Performance in China. *European Journal of Operational Research*, **269**, 171-187. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.01.006>
- [35] Oh, D. (2010) A Global Malmquist-Luenberger Productivity Index. *Journal of Productivity Analysis*, **34**, 183-197. <https://doi.org/10.1007/s1123-010-0178-y>
- [36] Zhang, C., Liu, H., Bressers, H.T.A., et al. (2011) Productivity Growth and Environmental Regulations-Accounting for Undesirable Outputs: Analysis of China's Thirty Provincial Regions Using the Malmquist-Luenberger Index. *Ecological Economics*, **70**, 2369-2379. <https://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2011.07.019>
- [37] Färe, R. and Grosskopf, S. (1997) Intertemporal Production Frontiers: With Dynamic DEA. *Journal of the Operational Research Society*, **48**, 656-656. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600779>
- [38] Tone, K. and Tsutsui, M. (2010) Dynamic DEA: A Slacks-Based Measure Approach. *Omega*, **38**, 145-156. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2009.07.003>
- [39] Tone, K. and Tsutsui, M. (2014) Dynamic DEA with Network Structure: A Slacks-Based Measure Approach. *Omega*, **42**, 124-131. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2013.04.002>

- [40] Zhang, Y. and Jeong, B.H. (2012) Development of a Multi-Period Integration DEA Model Considering Time Lag Effect. *Journal of the Korean Operations Research and Management Science Society*, **37**, 37-50.
<https://doi.org/10.7737/JKORMS.2012.37.4.037>
- [41] Zhang, Y. and Jeong, B. (2012) A DEA Model for Performance Evaluation in the Presence of Time Lag Effect. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, **69**, 611-615.
- [42] Khalili-Damghani, K., Tavana, M., Santos-Arteaga, F.J., *et al.* (2015) A Dynamic Multi-Stage Data Envelopment Analysis Model with Application to Energy Consumption in the Cotton Industry. *Energy Economics*, **51**, 320-328.
<https://doi.org/10.1016/j.eneco.2015.06.020>