Optoelectronics 光电子, 2022, 12(2), 55-62
Published Online June 2022 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/oe
https://doi.org/10.12677/oe.2022.122006

Hans汉斯

基于滤波方法和矩阵低秩稀疏分解的遥感图像去噪算法

吕　慧，李　喆*

长春理工大学数学与统计学院，吉林 长春

收稿日期：2022年1月26日；录用日期：2022年6月3日；发布日期：2022年6月10日

摘　要

针对遥感图像在形成、传输和处理过程中产生的椒盐噪声问题，设计了一种结合中值滤波、矩阵低秩分解与导向滤波的遥感图像去噪算法。给定含噪图像，该算法首先对图像进行有互相重叠像素的分块处理，利用非精确增广拉格朗日乘子法求解分块后图像所对应的矩阵低秩分解模型，得到稀疏图像和噪声图像，然后利用中值滤波算法对给定的含噪图像进行处理，对处理后的图像与稀疏图像相加求和，将结果作为引导图像，含噪图像作为输入图像，利用导向滤波算法得到保留遥感图像细节信息的复原图像。通过与其它方法对比，证明了本文方法的有效性。

关键词

遥感图像去噪，低秩分解，非精确增广拉格朗日法，中值滤波，导向滤波

Remote Sensing Image Denoising Algorithm Based on Filtering Method and Matrix Low-Rank Sparse Decomposition

Hui Lv, Zhe Li*

School of Mathematics and Statistics, Changchun University of Science and Technology, Changchun Jilin

Received: Jan. 26th, 2022; accepted: Jun. 3rd, 2022; published: Jun. 10th, 2022

Abstract

In view of the salt and pepper noise generated during the formation, transmission and processing of remote sensing images, a remote sensing image denoising algorithm combining median filtering,

*通讯作者。

文章引用: 吕慧, 李喆. 基于滤波方法和矩阵低秩稀疏分解的遥感图像去噪算法[J]. 光电子, 2022, 12(2): 55-62.
DOI: 10.12677/oe.2022.122006

matrix low-rank decomposition and guided filtering is designed. Given a noisy image, the algorithm first divides the image into overlapped patches, and uses the inexact augmented Lagrange multiplier method to solve the matrix low-rank decomposition model of the block image to obtain the sparse image and the noise image. Then the algorithm uses the median filter to process the given noisy image, the sum of the denoised image and the sparse image is used as the guide image, the noisy image is used as input image, and the restored image that retains the details of the remote sensing image is obtained by using the guide filter. Compared with several existing methods, the effectiveness of the proposed method is effectively proved.

Keywords

Remote Sensing Image Denoising, Matrix Low-Rank Sparse Decomposition, Inexact Augmented Lagrangian Method, Median Filter, Guided Filter

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

遥感图像在获取和传输的过程中，由于受各种噪声影响导致图像的边缘纹理等细节模糊，质量降低。因此，去除噪声是图像处理[1]和计算机视觉领域[2]的一个热点问题也是必不可少的基本步骤，对后续的边缘检测[3]、特征提取[4]、模式识别[5]等遥感图像处理有着极其重要的影响。

之所以遥感图像去噪这个问题和去噪效果受到如此多的关注，是因为遥感图像本身蕴涵着的大量信息在很多方面都有应用，而且作为图像复原[6]的一个方面，它也关系着图像处理理论和技术的测试完善。遥感图像去噪问题的难点是在有效去除噪声的同时也要较好地保留图像中的重要结构纹理信息，经过国内外研究学者的大量试验研究，现已经提出的传统的去噪方法有均值滤波、维纳滤波、小波变换和基于深度学习的方法等[7] [8] [9] [10]。对于去除椒盐噪声的问题，传统的方法中中值滤波方法较为有效。中值滤波算法是由 Tukey 于 1970 年提出的，其主要思想为使用实心邻域内的所有值的中值代替所作用的点值。近年来，基于低秩稀疏分解的去噪算法受到了越来越多的关注，低秩稀疏分解[11]也被称为鲁棒主成分分析(robust principal component analysis, RPCA)，是一种将已知的数据矩阵分解为低秩矩阵和稀疏矩阵的方法，该算法可以有效地去除幅度和强度较小的噪声。

马炼[12]提出了一种高速自适应中值滤波算法，缩短了滤波算法的时间且提高了计算效率。文献[13] [14] [15]提出了一种将非局部聚类稀疏表示与自相似块的优化匹配策略相结合的方法，该方法有效地抑制了噪声，保留了更多的图像细节且运行速度较快。Maji Suman Kumar 等[16]和 Kumar Vivek 等[17]针对图像去噪问题设计了基于全变分(TV)正则化框架，先从带噪图像中提取信息特征然后估计噪声再重构回图像。文献[18] [19]提出了一种对数非凸正则化模型，可以更准确地逼近秩并能很好地处理奇异值，进而能更好地处理数据中的非稀疏的噪声。

本文研究遥感图像中椒盐噪声的去除问题，分别利用中值滤波和低秩矩阵分解处理含噪图像，并将两种算法处理后的图像和作为引导图像，通过导向滤波处理得到去噪后的图像。

2. 本文工作

为了能更好地处理每个像素，获得更多的细节信息，同时为了避免处理后的图像块在拼接时出现边

界处缝的问题，对图像进行分块处理且使得相邻图像块有一定的重叠像素。首先将含噪图像 X 分成 N 个大小为 $l\times l$ 的图像块，且重叠块的大小为 $b\times b$，令 $X^{(i)}$ 为第 i 块含噪声的图像信号，其中 $i=1,2,\cdots,N$，N 为分割图像 X 所得到的图像块总块数。基于矩阵低秩分解的图像去噪模型为

$$\begin{aligned}&\min\ \left\|A^{(i)}\right\|_*+\lambda\left\|E^{(i)}\right\|_1,\ 1\le i\le N,\\&s.t.\ \ A^{(i)}+E^{(i)}=X^{(i)}\end{aligned}\tag{1}$$

其中 $A^{(i)}$ 为需要复原的第 i 块低秩图像，$E^{(i)}$ 为第 i 块噪声图像，$\left\|A^{(i)}\right\|_*$ 为矩阵 $A^{(i)}$ 的核范数，$\left\|E^{(i)}\right\|_1$ 表示矩阵 E 的 1-范数。对于优化问题(1)，其相应的拉格朗日函数为

$$L\left(A^{(i)},E^{(i)},Y^{(i)}\right)=\left\|A^{(i)}\right\|_*+\lambda\left\|E^{(i)}\right\|_1+\left\langle Y^{(i)},X^{(i)}-A^{(i)}-E^{(i)}\right\rangle+\frac{\mu}{2}\left\|X^{(i)}-A^{(i)}-E^{(i)}\right\|_F^2,\tag{2}$$

其中 $\mu>0$ 为惩罚参数，$\|\cdot\|_F$ 为 Frobenius 范数。令 $\{\eta_k\}$ 为单调下降可求和的数列，利用刘亚峰[20]等人提出的非精确增广拉格朗日法交替迭代求解优化问题(2)。对每个 i，令 $A_k^{(i)}$，$E_k^{(i)}$ 和 $Y_k^{(i)}$ 为第 k 次的迭代值，依下述步骤更新 $A^{(i)}$，$E^{(i)}$，$Y^{(i)}$，直到满足条件

$$\frac{\left\|X^{(i)}-A_k^{(i)}-E_k^{(i)}\right\|}{\left\|X^{(i)}\right\|_F}<tol,\tag{3}$$

其中 tol 为误差界。具体做法如下：

1) 更新 $A^{(i)}$。固定其他变量，求解关于变量 $A^{(i)}$ 的最优化问题

$$\min\left\|A^{(i)}\right\|_*+\left\langle Y_k^{(i)}+\frac{\mu}{2}\left(X^{(i)}-A^{(i)}-E_k^{(i)}\right),\ X^{(i)}-A^{(i)}-E_k^{(i)}\right\rangle\tag{4}$$

的闭合解

$$A_{k+1}^{(i)}=D_{\frac{1}{\mu}}\left(X^{(i)}-E_k^{(i)}+\frac{Y_k^{(i)}}{\mu}\right),\tag{5}$$

其中 $D_{\frac{1}{\mu}}(\cdot)$ 为奇异值收缩算子，即 $D_\tau(M)=US_\tau(\Sigma)V^T$，$M=U\Sigma V^T$ 为 M 的奇异值分解，$S_\tau(\cdot)$ 为软阈值算子，$S_\tau(\cdot)=\mathrm{sgn}(\cdot)\left(|\cdot|-\tau\right)_+$。

2) 更新 $E^{(i)}$。固定其他变量，求解关于变量 $E^{(i)}$ 最优化问题

$$\min\lambda\left\|E^{(i)}\right\|_1+\left\langle Y_k^{(i)}+\frac{\mu}{2}\left(X^{(i)}-Y_k^{(i)}-E^{(i)}\right),X^{(i)}-A_k^{(i)}-E^{(i)}\right\rangle\tag{6}$$

的闭合解为

$$E_{k+1}^{(i)}=S_{\frac{\lambda}{\mu}}\left(X^{(i)}-A_{k+1}^{(i)}+\frac{Y_k^{(i)}}{\mu}\right),\tag{7}$$

其中 $S_{\frac{\lambda}{\mu}}(\cdot)$ 为软阈值算子。

3) 判断条件

$$\max\left\{\mu\left\langle A_{k+1}^{(i)}-A_k^{(i)},E_{k+1}^{(i)}-E\right\rangle\right\}\le\eta_k\tag{8}$$

是否成立。如果成立，则更新 $Y^{(i)}$：

$$Y_{k+1}^{(i)}=Y_k^{(i)}+\mu\left(X^{(i)}-A_{k+1}^{(i)}-E_{k+1}^{(i)}\right),\tag{9}$$

否则令 $A_k^{(i)} \leftarrow A_{k+1}^{(i)}$， $E_k^{(i)} \leftarrow E_{k+1}^{(i)}$，重新计算 $A_{k+1}^{(i)}$ 和 $E_{k+1}^{(i)}$。

利用非精确增广拉格朗日乘子法得到问题(1)的近似解 $A^{(i)}$ 和 $E^{(i)}$，可以得到处理后的稀疏图像 $\tilde{A}$ 和噪声图像 $\tilde{E}$。同时利用中值滤波算法处理含噪图像 X，处理后的图像记为 H。本文用低秩矩阵分解算法处理后的稀疏图像 $\tilde{A}$ 与中值滤波算法处理后的图像 H 之和作为引导图像，用含噪图像 X 作为输入图像，利用导向滤波输出包含较多细节的图像 Q。本文对应的算法流程图见表 1：

Table 1. Remote sensing image denoising algorithm based on filtering method and matrix low-rank sparse decomposition
表 1. 基于滤波方法和矩阵低秩稀疏分解的遥感图像去噪算法流程

算法 1：基于滤波方法和矩阵低秩稀疏分解的遥感图像去噪算法流程

输入：观测到的含噪图像 X，参数 λ，μ，tol，$iter$，r，eps，l，b；

步骤 1 初始化：$Y^0 = X$， $E^0 = 0$， $k = 0$；

步骤 2 将含噪图像 X 分成 N 个大小为 $l \times l$ 的图像块 $X^{(i)}$，相邻两个图像块重叠大小 $b \times b$；

步骤 3 对每一个图像块 $X^{(i)}$ 执行下述操作：

步骤 3.1 利用(5) (7)式更新 $A_{k+1}^{(i)}$ 和 $E_{k+1}^{(i)}$；

步骤 3.2 若(8)式成立则执行步骤 3.3，否则返回步骤 3.4；

步骤 3.3 用(9)式更新 $Y_{k+1}^{(i)}$；

步骤 3.4 令 $k \leftarrow k+1$，若(3)式成立，则执行步骤 4，否则返回步骤 3.1。

步骤 4 将得到的图像块拼接为含噪图像 X 的低秩图像 $\tilde{A}$ 和稀疏图像 $\tilde{E}$；

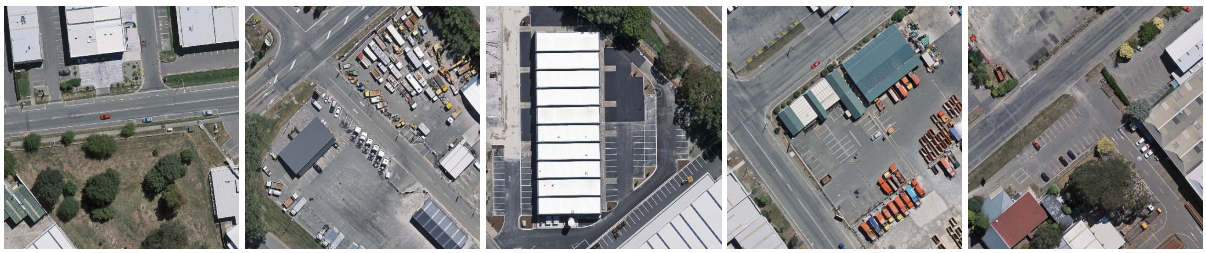
步骤 5 利用中值滤波处理含噪图像 X，将处理后的图像记为 H；

步骤 6 用含噪图像 X 做输入图像，用 $\tilde{A}$ 与 H 的和做引导图像，利用导向滤波输出图像 Q。

3. 实验结果及分析

3.1. 实验设置

为了验证所提出的算法对遥感图像去噪效果的有效性，本文利用 matlab 软件进行仿真。选取五幅大小为 512 × 512 的高质量遥感图像(图 1)作为测试图像，测试图像中主要包含建筑，道路，树木以及车辆等地物。分别对其添加不同强度的椒盐噪声进行去噪，从主观角度和客观角度进行评价。算法的参数设置如下：设置每个参考块的大小为 50 × 50 (l = 50)，且每两个相邻参考块的重叠区域大小为 5 × 5 (b = 5)。其余参数设置如下：$\lambda = 1/\sqrt{l}$，$\mu = \lambda$，最大迭代次数为 $iter = 200$，阈值为 $tol = 1\mathrm{e}-6$，窗口半径大小 $r = 5$，平滑系数 $eps = 10^{-4}$。

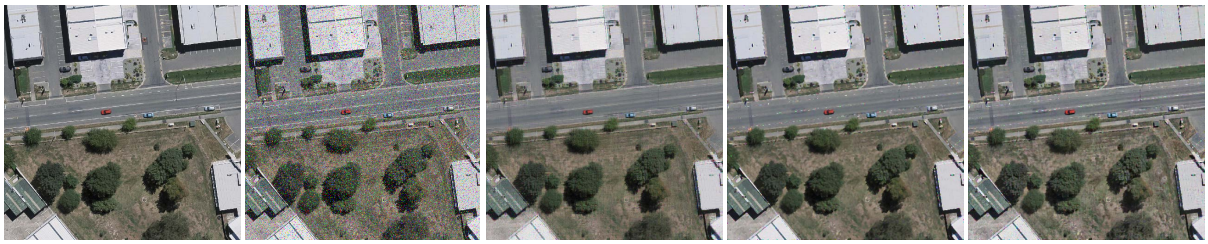


(a) Image_01 (b) Image_02 (c) Image_03 (d) Image_04 (e) Image_05

Figure 1. Test remote images
图 1. 测试遥感图像

3.2. 实验结果分析

对于添加椒盐噪声的遥感图像，将本文算法去除噪声后的图像与中值滤波算法、矩阵低秩稀疏分解算法(RPCA)去除噪声后的图像进行对比分析。为了评价图像去噪算法的性能，首先，从主观角度进行分析，即通过人眼对图像效果进行主观判断。

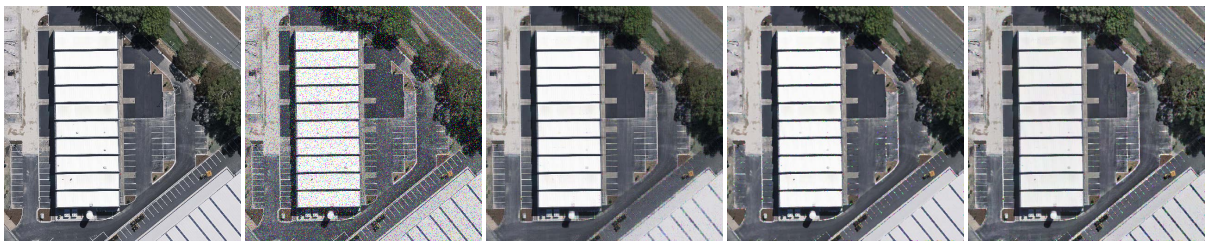


(a) 原图 (b) 含噪图像 (c) RPCA (d) 中值滤波 (e) 本文算法

Figure 2. The de-noising results for Image_01 remote image with 10% density of Salt and pepper noise
图 2. 椒盐噪声密度 10%的遥感图像 Image_01 去噪结果

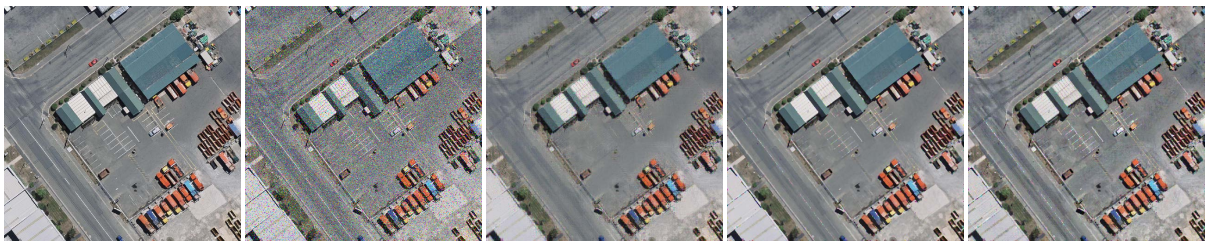
(a) 原图 (b) 含噪图像 (c) RPCA (d) 中值滤波 (e) 本文算法

Figure 3. The de-noising results for Image_02 remote image with 10% density of Salt and pepper noise
图 3. 椒盐噪声密度 10%的遥感图像 Image_02 去噪结果



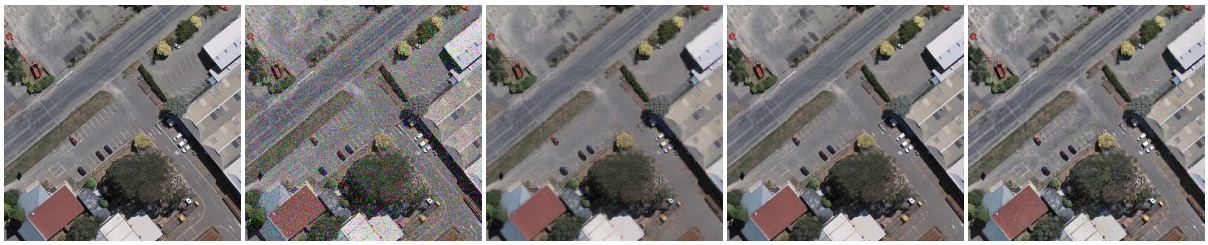
(a) 原图 (b) 含噪图像 (c) RPCA (d) 中值滤波 (e) 本文算法

Figure 4. The de-noising results for Image_03 remote image with 10% density of Salt and pepper noise
图 4. 椒盐噪声密度 10%的遥感图像 Image_03 去噪结果



(a) 原图 (b) 含噪图像 (c) RPCA (d) 中值滤波 (e) 本文算法

Figure 5. The de-noising results for Image_04 remote image with 10% density of Salt and pepper noise
图 5. 椒盐噪声密度 10%的遥感图像 Image_04 去噪结果



(a) 原图 (b) 含噪图像 (c) RPCA (d) 中值滤波 (e) 本文算法

Figure 6. The de-noising results for Image_05 remote image with 10% density of Salt and pepper noise
图 6. 椒盐噪声密度 10%的遥感图像 Image_05 去噪结果

图 2~6 中的(a)为原始的图像，(b)为原始图像加上椒盐噪声密度 10%的含噪图像，(c)为低秩稀疏分解算法对含噪图像去除噪声后的图像，(d)为中值滤波算法对含噪图像去除噪声后的图像，(e)为本文算法对含噪图像去除噪声后的图像，从对比图中可以看出两种传统算法能够达到较好的去噪效果，但没有很好地保留道路的条纹、停车场等细节信息，本文的去噪算法达到了良好的视觉效果，不仅可以去除噪声，还可以有效保留图像的细节信息，相对于两种对比算法效果最佳，弥补了其他两种算法的不足之处。

为了进一步量化图 2~6 的去噪效果，避免主观视觉上的误差，更能直观地比较出算法的好坏，本文选用峰值信噪比(PSNR)、结构相似性(SSIM)两种客观指标作为衡量去噪能力的标准，其定义如下

$$\mathrm{PSNR} = 10 * \log_{10}\left(\frac{\left(2^{p}-1\right)^{2}}{\mathrm{MSE}}\right), \tag{10}$$

$$\mathrm{SSIM} = \frac{\left(2\mu_X \mu_Q + c_1\right)\left(\sigma_{XQ} + c_2\right)}{\left(\mu_X^2 + \mu_Q^2 + c_1\right)\left(\sigma_X^2 + \sigma_Q^2 + c_2\right)}. \tag{11}$$

其中，MSE 为图像的均方误差，p 为图像每像素的比特数，μ_X、μ_Q 分别为噪声图像 X 和干净图像 Q 的平均值，σ_X^2、σ_Q^2 分别为噪声图像 X 和干净图像 Q 的方差，σ_{QH} 是噪声图像 X 与干净图像 Q 的协方差，c_1，c_1 为常数。若 PSNR 和 SSIM 两个指标的值越大，则表示去噪效果越好。表 2 为图 2~6 的量化结果，本文算法的 PSNR 值和 SSIM 值均有大幅度的提高。

Table 2. Evaluation index results of the denoising effect of different algorithms for remote images with 10% density of Salt and pepper noise
表 2. 遥感图像加噪后(噪声密度 10%)使用不同算法去噪效果的评价指标

图像名称	指标名称	中值滤波算法	RPCA 算法	**本文算法**
Image_01	PSNR	23.7770	24.6684	**24.8578**
	SSIM	0.7536	0.8206	**0.8210**
Image_02	PSNR	21.9341	21.4573	**22.7037**
	SSIM	0.7081	0.7173	**0.7714**
Image_03	PSNR	21.9447	23.1508	**23.4331**
	SSIM	0.7735	0.8113	**0.8293**
Image_04	PSNR	24.4022	23.0249	**24.6542**
	SSIM	0.7914	0.7914	**0.8107**
Image_05	PSNR	25.1658	23.8946	**25.3104**
	SSIM	0.7672	0.7546	**0.8012**

4. 结论

本文旨在减少遥感图像在设备或传输过程中产生的椒盐噪声，改善图像的质量。本文利用中值滤波算法对含噪图像进行处理，将含噪图像分为一个个有重叠区域的图像块进行低秩分解处理，将两种算法处理后的图像和作为引导图像，含噪图像作为输入图像，利用导向滤波进行处理。实验结果显示：通过图 2~6 看出，低秩稀疏分解算法和中值滤波算法恢复出来的图像在细节上不如本文所提出的算法更接近原始图像，说明本文算法取得了相对较好的视觉效果，不仅可以有效地去除椒盐噪声，还可以很好地保留图像的细节和结构信息。通过表 2 数据显示，在相同密度的噪声下，本文算法的去噪效果在 SSIM 和 PSNR 方面均优于低秩稀疏分解算法和中值滤波算法。总体上来说，本文算法能够较为精准地恢复出彩色遥感图像，具有一定的工程价值。

致　谢

感谢国家自然科学基金的资助。感谢数学专业各位老师和同学的帮助！

基金项目

国家自然科学基金项目支持(NO.12171054)。

参考文献

[1] 付正广. 计算机图像处理与识别技术的应用研究[J]. 黑龙江科学, 2021, 12(24): 110-112.

[2] 吴妮真. 计算机视觉技术研究及发展趋势分析[J]. 科技创新与应用, 2021, 11(34): 58-61.

[3] 韩佳雪, 汪西原, 张文坤. 一种改进的彩色遥感图像边缘检测算法研究[J]. 计算机仿真, 2021, 38(2): 383-388.

[4] 张颖, 马承泽, 杨平, 王新民. 基于小波变换和改进 PCA 的人脸特征提取算法[J]. 吉林大学学报(理学版), 2021, 59(6): 1499-1503.

[5] 樊敏, 宋世军. 基于多源大数据分析的图像特征智能识别模型[J/OL]. 吉林大学学报(工学版), 2022: 1-8. http://dx.doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb20211312, 2022-01-20.

[6] 秦振涛, 杨茹, 张靖, 杨武年. 基于聚类结构自适应稀疏表示的高光谱遥感图像修复研究[J]. 遥感技术与应用, 2018, 33(2): 212-215+341.

[7] 齐德明. 基于改进型的非局部均值滤波算法在医学图像处理中的研究与应用[J]. 计算机应用与软件, 2021, 38(9): 256-261+279.

[8] Zhang, X.B. (2021) Center Pixel Weight Based on Wiener Filter for Non-Local Means Image Denoising. *Optik*, **244**, Article ID: 167557. https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2021.167557

[9] Kaur, G., Garg, M., Gupta, S. and Gupta, R. (2021) Denoising of Images Using Thresholding Based on Wavelet Transform Technique. *IOP Conference Series*: *Materials Science and Engineering*, **1022**, Article ID: 012031. https://doi.org/10.1088/1757-899X/1022/1/012031

[10] Tripathi, S. and Sharma, N. (2021) Denoising of Magnetic Resonance Images Using Discriminative Learning-Based Deep Convolutional Neural Network. *Technology and Health Care*: *Official Journal of the European Society for Engineering and Medicine*, **30**, 145-160. https://doi.org/10.3233/THC-212882

[11] Lin, Z.C., Chen, M.M. and Ma, Y. (2010) The Augmented Lagrange Multiplier Method for Exact Recovery of Corrupted Low-Rank Matrices. arXiv:1009.5055.

[12] 马炼, 李林. 一种针对椒盐噪声的高速自适应中值滤波算法[J]. 计算机时代, 2021(10): 68-71.

[13] 张雯雯, 韩裕生. 基于非局部自相似性的低秩稀疏图像去噪[J]. 计算机应用, 2018, 38(9): 2696-2700+2746.

[14] Zhou, T., Li, C., Zeng, X. and Zhao, Y.H. (2021) Sparse Representation with Enhanced Nonlocal Self-Similarity for Image Denoising. *Machine Vision and Applications*, **32**, Article No. 110. https://doi.org/10.1007/s00138-021-01232-3

[15] Zeng, H.J., Xie, X.Z., Kong, W.F., Cui, S. and Ning, J.F. (2020) Hyperspectral Image Denoising via Combined Non-Local Self-Similarity and Local Low-Rank Regularization. *IEEE Access*, **8**, 50190-50208. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2979809

[16] Maji, S.K., Thakur, R.K. and Yahia, H.M. (2020) SAR Image Denoising Based on Multifractal Feature Analysis and

TV Regularisation. *IET Image Processing*, **14**, 4158-4167. https://doi.org/10.1049/iet-ipr.2020.0272

[17] Sharma, V.K. and Nair, S. (2016) Development of Optimal Denoising Technique using TV Regularization and Masking Filter. *International Journal of Computer Applications*, **151**, 1-5. https://doi.org/10.5120/ijca2016911092

[18] Wen, Z.D., Hou, Z.D. and Jiao, L.C. (2017) Discriminative Dictionary Learning with Two-Level Low Rank and Group Sparse Decomposition for Image Classification. *IEEE Transactions on Cybernetics*, **47**, 3758-3771. https://doi.org/10.1109/TCYB.2016.2581861

[19] Wang, S., Zhu, Z.B., Zhao, R.W. and Zhang, B.X. (2021) Hyperspectral Image Denoising via Nonconvex Logarithmic Penalty. *Mathematical Problems in Engineering*, **2021**, Article ID: 5535169. https://doi.org/10.1155/2021/5535169

[20] Liu, Y.F., Liu, X. and Ma, S.Q. (2019) On the Nonergodic Convergence Rate of an Inexact Augmented Lagrangian Framework for Composite Convex Programming. *Mathematics of Operations Research*, **44**, 632-650. https://doi.org/10.1287/moor.2018.0939