The Functions on the Submultiple Quantity and Equations of Prime Sieve

XueXing Bao

Wenzhou City Housing Fund Management Center, comprehensive archives, Wenzhou City, Zhejiang
Email: bsese@qq.com, bsese@163.com

Abstract

The functions on submultiple quantity (abbreviated as FSQ),which is defined here, is used to count submultiple quantity of the natural numbers. Creating a pulse function I, submultiple quantity of every natural number may be represented by the sum of a series of I, then the analytic formula of FNS can be lead to. And from the definition of FSQ, it can be derived that the quantity of the analytic formulas of FSQ is unlimited and can form family of functions. Finally the equation sieve of prime number is defined and it can be formed by FNS, and then a way to prove Goldbach conjecture is opened. The advantage of using the equation sieve as a tool of solving prime problem is that the logical judgment can be avoided or reduced; but the disadvantage is that the formula is relatively complicated.

Keywords

submultiple quantity; sieving prime equation ; Primes ; Prime number set ; Goldbach conjecture

Subject Areas Math & Physics

因数个数函数与素数的方程筛

包学行

温州市住房公积金管理中心，浙江省温州市，中国
Email: bsese@qq.com, bsese@163.com

收稿日期：2016年8月19日；发布日期：2016年8月22日

摘　要

本文定义的因数个数函数是用于表达任意一个自然数中所包含因数的数量的函数。创立一个脉冲函数I，把任一个自然数的因数个数表达为一系列I之和，可以推出因数个数函数的解析表达式。进而，从因数个数函数的定义出发又导出因数个数函数的解析表达方式有无限多个，可组成因数个数解析函数族。本文定义了素数的方程筛，并提出可用因数个数函数构造方程筛，以及用方程筛证明哥德巴赫猜想的思路。用方程筛作为证明素数命题的工具，其优点是回避或减少了逻辑判断，缺点是表达式较长。

关键词

因数个数；方程筛；素数；素数集；哥德巴赫猜想

1. 引言

本文将在实数域讨论问题，所有的自然数点都作为**关键点**，**关键点**是本文讨论的重点。

作者曾因受脑电图波的启发，发现用二种方法都可得到表达自然数 n 中的因数个数的解析函数，即 n 中的因数个数为

$$A(n)=\sum_{N=1}^{n}\frac{1}{N}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{N=1}^{n}\left(\frac{1}{k}\sin\frac{\pi k}{N}\cos\frac{2\pi kn}{N}\right). \tag{1.1}$$

n 中的因数个数也可表为

$$\begin{aligned}A(n)=\sum_{N=1}^{n}\frac{1}{N}&+\sum_{k=1}^{N-1}\sum_{N=1}^{n}\left[\left(\frac{1}{\pi k}\sin\frac{\pi k}{N}+\frac{1}{2\pi(N+k)}\sin\frac{\pi(N+k)}{N}\right.\right.\\&\left.\left.+\frac{1}{2\pi(N-k)}\sin\frac{\pi(N-k)}{N}\right)\cos\frac{2\pi kn}{N}\right]\\&+\sum_{k=N-1}^{\infty}\sum_{N=1}^{n}\left[\left(\frac{1}{\pi k}\sin\frac{\pi k}{N}+\frac{1}{2\pi(N+k)}\sin\frac{\pi(N+k)}{N}\right.\right.\\&\left.\left.+\frac{1}{2\pi(N-k)}\sin\frac{\pi(N-k)}{N}\right)\cos\frac{2\pi kn}{N}\right]\end{aligned} \tag{1.2}$$

或无限多条其它表达式，可构成因数个数的解析函数族。

得到上述因数个数的解析函数的二种方法中：第一种方法是用研究素数点上的弧立子脉冲的传播得到上述表达式，方法较复杂[1] [2] [3] [4] [5] [6]，本文不作介绍。

第二种方法较简单，下文着重介绍。

2. 因数个数解析函数的推导

2.1. 因数个数函数的定义

定义1 设任1自然数n可整除它的因数为A个，则A与n之间存在一种函数关系。把自然数n的能整除它的因数个数函数表为$A(n)$，简称为**因数个数函数**，即[12]

$$A(n)=\sum_{\substack{N=1\\(N|n)}}^{n}1. \tag{2.1}$$

2.2. 因数个数解析函数的推导

从因数个数函数的定义来推导因数个数函数的解析表达式。

推导 1 在(图 2.1)的上方自然数点 n 的函数值表达了因数个数函数 $A(n)$的值。

把横坐标 n 扩展为正实数 t，纵坐标为 $A(t)$，在各区间 $[n - 0.5, n + 0.5]$ 上，用一个脉宽为 1，幅度为 $A(n)$ 的单向矩形脉冲来表达**因数个数函数**的一种几何描述图形(图 2.1 上方)。函数 $A(n)$ 扩展为 $A(t)$， $A(n)$ 是 $A(t)$ 中的一个特例，即[13] [14] [15] [16] [17] [18]

$$A(n)=A(t)\big|_{t=n} \tag{2.2}$$

上下 2 个自然数的扩展区间 $[n - 0.5, n + 0.5]$ 与 $[n-1 - 0.5, n -1 + 0.5]$ 在 $n - 0.5$ 点有瞬间重叠，因这点是非关键点，下文就回避讨论该点的展开式的敛散问题。

在(图 2.1)下方表达了因数个数函数是由那些成分叠加而成的，图中画出了代表性的 7 行，下续未画出行用省略号表示。每行分别是周期为 $N = 1,2,3,4,5,\ldots\ldots$ 的脉冲波，每个脉冲代表的整除含义已标在图

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

上的脉冲之中。当 $n = 1,2,3,4,5,\ldots\ldots$ 时，因数个数函数 $A(n)$值对应为

$A(1)=\sum_{\substack{N=1\\(N|1)}}^{1} 1 = 1,$ 对应为图中在 n =1 这 1 列，只有 N =1 时有一个脉冲，能整除 1 的也只有 1 这一个因数，整除 1 所有因数个数，对应这 1 个脉冲的计数；

$A(2)=\sum_{\substack{N=1\\(N|2)}}^{2} 1 = 2,$ 对应为图中在 n = 2 这 1 列，只有 N =1, 2 时各有一个脉冲，能整除 2 的有 1, 2 这 2 个因数，整除 2 所有因数个数，对应这个 2 脉冲的计数；

$A(3)=\sum_{\substack{N=1\\(N|3)}}^{3} 1 = 2,$ 对应为图中在 n = 3 这 1 列，只有 N =1, 3 时各有一个脉冲，能整除 3 的有 1, 3 这 2 个因数，整除 3 所有因数个数，对应这 2 个脉冲的计数；

$A(4)=\sum_{\substack{N=1\\(N|4)}}^{4} 1 = 3,$ 对应为图中在 n = 4 这 1 列，只有 N =1, 2, 4 时各有一个脉冲，能整除 4 的有 1, 2, 4 这 3 个因数，整除 4 所有因数个数，对应这 3 个脉冲的计数；

$A(5)=\sum_{\substack{N=1\\(N|5)}}^{5} 1 = 2,$ 对应为图中在 n = 5 这 1 列(即图中脉冲涂了灰色的 1 列)，只有 N = 1, 5 时各有一个脉冲，能整除 5 的有 1, 5 这 2 个因数，整除 5 所有因数个数，对应这 2 个脉冲的计数；

……

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

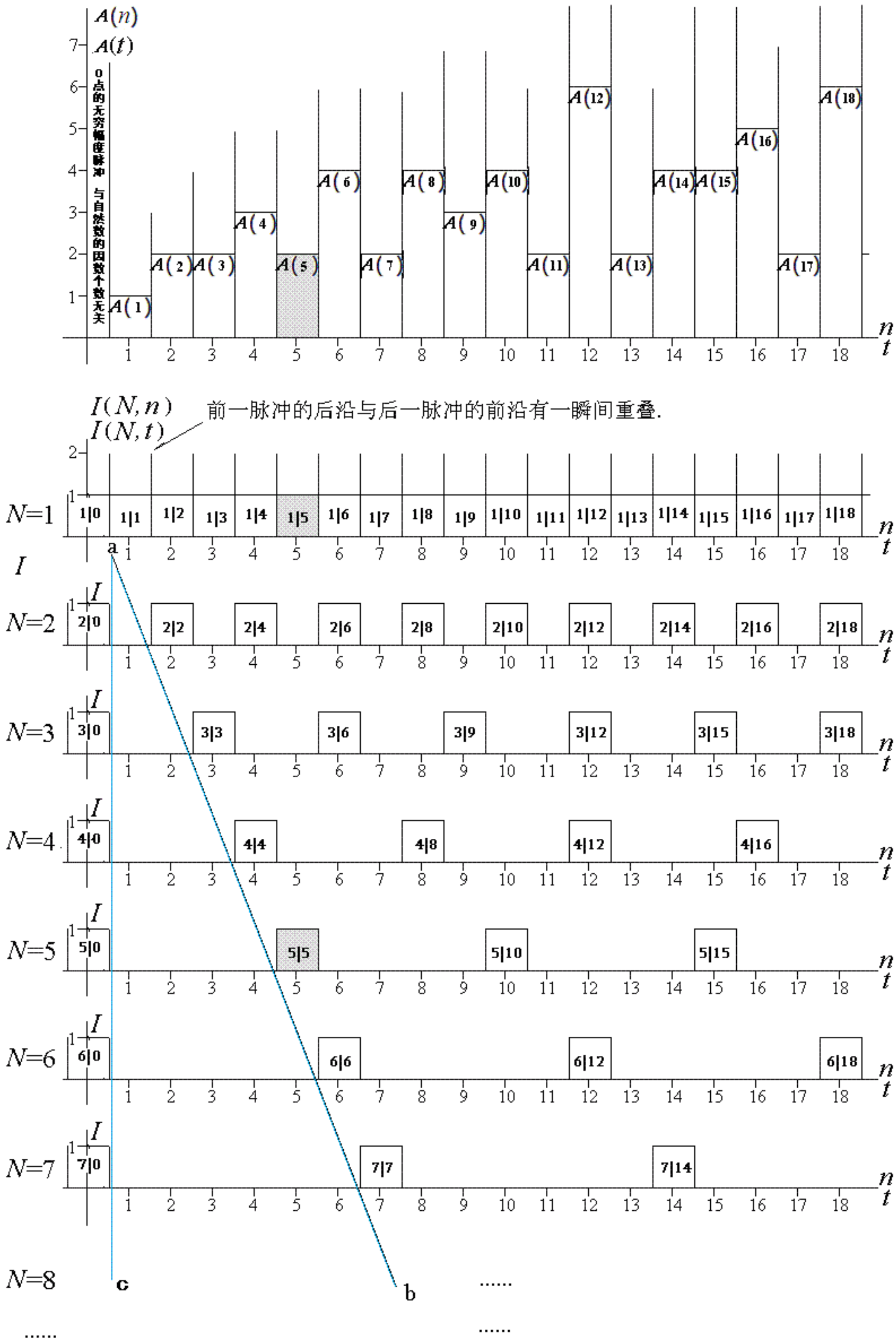

图 2.1　整除点脉冲函数构建因数个数函数图示

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

$A(16)=\sum_{\substack{N=1\\(N|16)}}^{16}1=5,$ 对应为图中在 n = 16 这 1 列，当 N = 1, 2, 4, 8, 16 时各有一个脉冲；

$A(17)=\sum_{\substack{N=1\\(N|17)}}^{17}1=2,$ 对应为图中在 n = 17 这 1 列，只有 N = 1, 17 时各有一个脉冲；

$A(18)=\sum_{\substack{N=1\\(N|18)}}^{18}1=6,$ 对应为图中在 n =18 这 1 列，当 N = 1, 2, 3, 6, 9, 18 时各有一个脉冲；

……

再看(图 2.1)下方各行周期为 N、脉宽为 1、幅度为 1 的单向矩形周期脉冲，各脉冲位于区间 $[kN - 0.5, kN + 0.5]$ 上，k = 1, 2, 3, …… 为自然数。所有能被 N 整除的 kN 点作为这些脉冲的中心点(关键点)。把这些周期脉冲函数称为**整除点脉冲函数**，标为 $I(N, t)$，则

$$I(N,t)=\begin{cases}0, & t\in(kN-N+0.5,\ kN-0.5),\\ 1, & t\in[kN-0.5,\ kN+0.5].\end{cases} \tag{2.3}$$

当 N=1 时，前一脉冲的后沿与后一脉冲的前沿在 $kN + 0.5$ 即 $k + 0.5$ 点有一瞬间重叠，重叠的时间趋向于 0，该点左右都是平顶脉冲，$I(1,t)$ 在该点的左右导数都为 0，为可去间断点。且该 $k + 0.5$ 点为非关键点，限于篇幅下文就回避讨论该点的展开式的敛散问题。

把**整除点脉冲函数**式(2.3)当 $t = n$ 时的特列称为**整除点贡献函数**，即

$$I(N,n)=I(N,t)\big|_{t=n}=\begin{cases}0, & (k-1)N+0.5<n<kN-0.5, & N\nmid n,\\ 1, & n=kN, & N\mid n.\end{cases} \tag{2.4}$$

将式(2.4)取代式(2.1)中 $N|n$ 的判断条件，得

$$A(n)=\sum_{N=1}^{n}I(N,n). \tag{2.5}$$

把 N = 1,2,3,……,n 的所有周期脉冲 $I(N, t)$ 迭加，如果 N 自 1 至 n 中有任何能整除 n 的数都将在区间 $[n - 0.5, n + 0.5]$ 上有一个幅度为 1 的脉冲，这些脉冲的迭加将产生一个“拍”，“拍”在 $(n - 0.5, n + 0.5)$ 的幅度值为能整除 n 的因数个数值。

当 N 大于 n 时，则 $N\nmid n$；对应为在（图 2.1）近左下方区域，蓝线 cab 构成的无限延绅的向下三角中无脉冲。按行看，所有自然数点为中心的脉冲都在蓝斜线 ab 的右侧，对于 $t < n$-0.5 部分是没有自然数点为中心的脉冲脉冲的；按列看，所有自然数点为中心的脉冲都在蓝斜线 ab 的上方，对于 $N > n = INT(t + 0.5)$ 部分是没有自然数点为中心的脉冲的；对任 1 列，N 的下限取 1，上限可取 $n = INT(t+0.5)$，就已包含这列的所有脉冲；因此有

$$A(t)=\sum_{N=1}^{n}I(N,t), \qquad n=INT(t+0.5). \tag{2.6}$$

$I(N,t)$ 的基频的周期为 N，其基频的角频率为

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

$$\omega = \frac{2\pi}{N}, \qquad (2.7)$$

将 $I(N,t)$ 展开为傅里叶级数[7] [8] [9] [10]

$$\begin{aligned} I(N,t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t\right) \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k \cos \frac{2\pi kt}{N} + b_k \sin \frac{2\pi kt}{N}\right), \end{aligned} \qquad (2.8)$$

上式(2.8)中的

$$a_0 = \frac{2}{N}\int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} I(N,t)dt = \frac{2}{N}\int_{-\frac{N}{2}}^{-\frac{1}{2}} 0\cdot dt + \frac{2}{N}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot dt + \frac{2}{N}\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{N}{2}} 0\cdot dt = \frac{2}{N}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dt = \frac{2}{N}, \qquad (2.9)$$

$$a_k = \frac{2}{N}\int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} I(N,t)\cos\frac{2\pi kt}{N}dt \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{2}{N}\int_{-\frac{N}{2}}^{-\frac{1}{2}} 0\cos\frac{2\pi kt}{N}dt + \frac{2}{N}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cos\frac{2\pi kt}{N}dt + \frac{2}{N}\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{N}{2}} 0\cos\frac{2\pi kt}{N}dt$$

$$= \frac{2}{N}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos\frac{2\pi kt}{N}dt$$

$$= \frac{2}{N}\left[\frac{N}{2\pi k}\sin\frac{2\pi kt}{N}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{\pi k}\left[\sin\frac{2\pi kt}{N}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{\pi k}\left[\sin\frac{2\pi k\left(\frac{1}{2}\right)}{N} - \sin\frac{2\pi k\left(-\frac{1}{2}\right)}{N}\right]$$

$$= \frac{1}{\pi k}\left[\sin\frac{\pi k}{N} - \left(\sin\frac{-\pi k}{N}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\pi k}\left[\sin\frac{\pi k}{N} - \left(-\sin\frac{\pi k}{N}\right)\right]$$

$$= \frac{2}{\pi k}\sin\frac{\pi k}{N}, k = 1,2,3,\cdots\cdots,\infty, \qquad (2.10)$$

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

$$
\begin{aligned}
b_k &= \frac{2}{N}\int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} I(N,t)\sin\frac{2\pi kt}{N}dt \\
&= \frac{2}{N}\int_{-\frac{N}{2}}^{-\frac{1}{2}} 0\sin\frac{2\pi kt}{N}dt + \frac{2}{N}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\sin\frac{2\pi kt}{N}dt + \frac{2}{N}\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{N}{2}} 0\sin\frac{2\pi kt}{N}dt \\
&= \frac{2}{N}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin\frac{2\pi kt}{N}dt \\
&= \frac{2}{N}\left[-\frac{N}{2\pi k}\cos\frac{2\pi kt}{N}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
&= -\frac{1}{\pi k}\left[\cos\frac{2\pi kt}{N}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
&= -\frac{1}{\pi k}\left[\cos\frac{2\pi k(\frac{1}{2})}{N} - \cos\frac{2\pi k(\frac{1}{2})}{N}\right] \\
&= -\frac{1}{\pi k}\left(\cos\frac{\pi k}{N} - \cos\frac{\pi k}{N}\right) \\
&= 0, k = 1,2,3,\cdots\cdots,\infty, \qquad (2.11)
\end{aligned}
$$

将式(2.9)、式(2.10)、式(2.11)代入式(2.8)，得

$$
\begin{aligned}
I(N,t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos\frac{2\pi kt}{N} + b_k\sin\frac{2\pi kt}{N}\right) \\
&= \frac{\frac{2}{N}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2}{k\pi}\sin\frac{\pi k}{N}\cos\frac{2\pi kt}{N} + 0\sin\frac{2\pi kt}{N}\right) \\
&= \frac{1}{N} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k}\sin\frac{\pi k}{N}\cos\frac{2\pi kt}{N}\right), \qquad (2.12)
\end{aligned}
$$

从(图 2.1)下方的 $I(N,t)$ 图形可知，对任 1 行来说 N 是个常量，在区间(n-0.5, n+0.5)上 $I(N,t)$的脉冲顶部为平行于 t 轴的水平线，在区间(n-0.5, n+0.5)上对式(2.3)的 $I(N,t)$ 求关于 t 的导数，得

$$\frac{dI(N,t)}{dt} = 0, \qquad (2.13)$$

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

根据李普希兹判别法则的推论[7]，因 $I(N,t)$关于 t 的导数在区间(n-0.5, n+0.5)上存在，所以在区间(n-0.5, n+0.5)上述式(2.12)收敛于 $I(N,t)$。将式(2.12)代入式(2.6)，得

$$\begin{aligned}A(t) &= \sum_{N=1}^{n} I(N,t) \\ &= \sum_{N=1}^{n}\left[\frac{1}{N}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k}\sin\frac{\pi k}{N}\cos\frac{2\pi kt}{N}\right)\right] \\ &= \sum_{N=1}^{n}\frac{1}{N}+\sum_{N=1}^{n}\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k}\sin\frac{\pi k}{N}\cos\frac{2\pi kt}{N}\right) \\ &= \sum_{N=1}^{n}\frac{1}{N}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{N=1}^{n}\left(\frac{1}{k}\sin\frac{\pi k}{N}\cos\frac{2\pi kt}{N}\right), \qquad n = INT(t+0.5). \end{aligned} \tag{2.14}$$

在区间(n-0.5, n+0.5)上式(2.14)是 n 个收剑级数的和，上述式(2.14)收敛于 $A(t)$。最关心的关键点 n 在区间(n-0.5, n+0.5)的中心(关键点)，因 $A(n)$ 为 $A(t)$在 $t=n$ 时的一个特例，将 $t=n$ 代入式(2.14)即得到因数个数解析函数可表达为

$$A(n) = \sum_{N=1}^{n}\frac{1}{N}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{N=1}^{n}\left(\frac{1}{k}\sin\frac{\pi k}{N}\cos\frac{2\pi kn}{N}\right). \tag{2.15}$$

推导毕。

3. 因数个数解析函数族

式(1.1)与式(1.2)都是因数个数解析函数，它们在自然数点的值都等于 n 的因数个数值。但在非自然数点的值是不一定相同的。只要改变(图 2.1)中脉冲的脉宽在 1 以内变化，就可产生无限多不同的因数个数解析函数。因此，因数个数解析函数有无限多个。

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

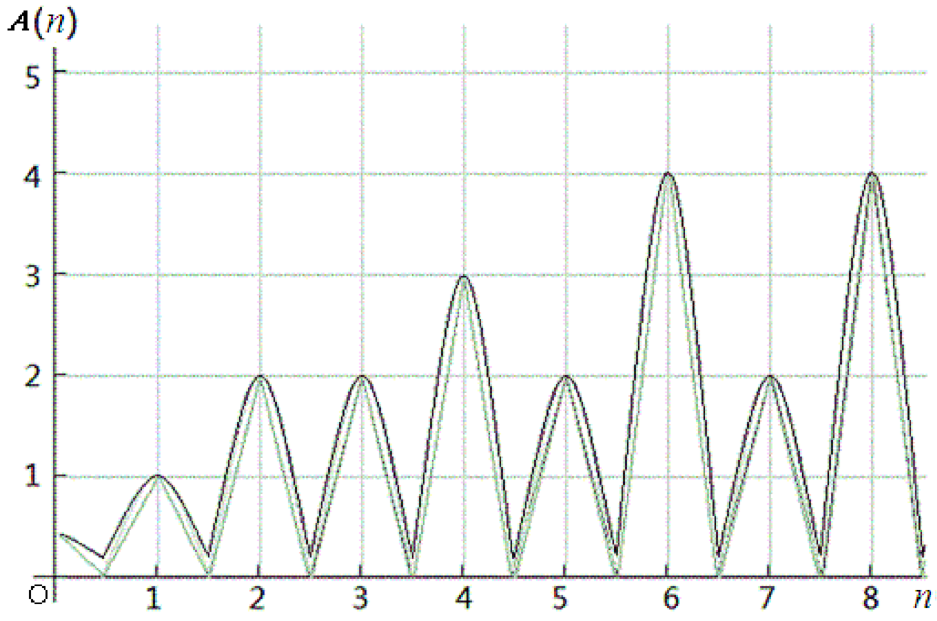

图 3.1 因数个数解析函数族示意图

况且，还可在保持自然数点(关键点)幅度不变，改变非自然数点脉冲的形状，都可产生不同的因数个数解析函数。因此，因数个数解析函数是一个**函数族**，(图 3.1)示意性地画出了其中二条，它们间的任何一条插值曲线都可以是一条因数个数解析函数曲线。

4. 素数的方程筛

4.1. 方程筛的定义

定义 2 $\alpha(n)$ 为定义在自然数集 $\{n\}$ 上的函数，若方程[19]

$$\alpha(n)=0, \tag{4.1}$$

对于素数集 $\{p\}$ 中的任一元素 p 都能满足

$$\alpha(n)|_{n=p}\equiv 0, \tag{4.2}$$

对于合数集 $\{h\}$ 中的任一元素 h 都能满足

$$\alpha(n)\ |_{n=h}\ \geqslant 1 \neq 0, \tag{4.3}$$

即(方程 3.1)的解集为素数集 $\{p\}$，那么我们称(方程 4.1)为**方程筛**。

4.2. 因数个数函数构造的方程筛

素数的因数只有 1 与自身 2 个，而合数的因数个数大于 2；因此，利用这个条件可用因数个数函数建立方程筛，即

$$A(n)-2=0. \tag{4.4}$$

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

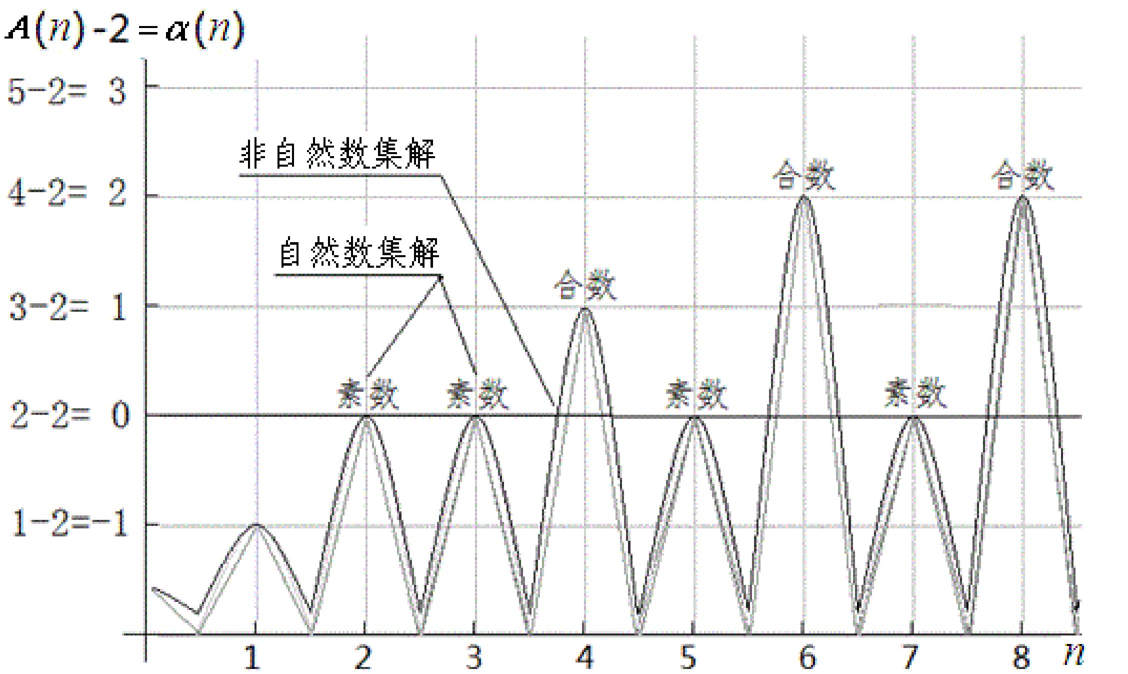

图 4.1　方程筛示意图

上式(4.4)中的减 2 的含义是不计 n 的 1 与自身这 2 个因数，即(图 2.1)下方 $N = 1$ 这行的脉冲及与斜线 ab 靠近的 $N = n$ 的脉冲；改变式(2.15)中 N 的上下限，少计 1 与 n 自身这 2 个因数引成另一个函数($n = 1, 2$ 特殊定义)，我们称其为**窄因数个数函数**，即

$$\alpha(n)=A(n)-2$$

$$=\begin{cases}-1, & n=1,\\ 0, & n=2,\\ \displaystyle\sum_{N=2}^{n-1}\frac{1}{N}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{N=2}^{n-1}\left(\frac{1}{k}\sin\frac{\pi k}{N}\cos\frac{2\pi kn}{N}\right), & n>2.\end{cases} \tag{4.5}$$

那么，方程筛可写作

$$\alpha(n)=0. \tag{4.6}$$

因为**因数个数函数**是函数族，同样**窄因数个数函数**也是函数族(图 4.1)。

若有 2 个素数 p_1 与 p_2，代入上式(4.6)应当都得 0，则

$$\alpha(p_1)+\alpha(p_2)=0. \tag{4.7}$$

若为素数 p_1 与合数 h_2 或合数 h_1 与素数 p_2 代入式(4.6)，因为合数的窄因数个数都大于或等于 1 的，所以有

$$\alpha(p_1)+\alpha(h_2)=\alpha(h_2)\geqslant 1\neq 0. \tag{4.8}$$

$$\alpha(h_1)+\alpha(p_2)=\alpha(h_1)\geqslant 1\neq 0. \tag{4.9}$$

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

若为 2 合数 h_1 与 h_2，代入上式(4.6)，有

$$\alpha(h_1)+\alpha(h_2)\geqslant 2\neq 0. \tag{4.10}$$

即上述 4 条式说明，2 外自变量只要之一为合数等式其值就不可能为 0，且大于或等于 1。

4.3. 方程筛的意义

方程筛的解集是全体素数集，因此，素数的特性，也就是**方程筛**的解集的特性。作者猜想有一部分有关素数的命题可通过**方程筛**去完成证明。

用**方程筛**的的优点是回避或减少了逻辑判断；但缺点是表达式非常长。

4.4. 用方程筛证明哥德巴赫猜的思路

任何一个大于 2 的偶数 $2m$， $m=2,3,4,\ldots\ldots$ 都可拆分为(不包含 1 的) 2 个自然数的和，即

$2m = c + (2m-c)$. $c=2,3,4,\ldots\ldots,2m-2$，

若哥德巴赫猜想成立，上述拆分中至少有一对都为素数，2 数都为方程筛的解。将 c 与 $2m-c$ 代入式(3.7 - 3.10)，至少有一对会得 0，那么它们的积也应为 0，即

$$\prod_{c=2}^{2m-2}\left[\alpha(c)+\alpha(2m-c)\right]=0. \tag{4.11}$$

若哥德巴赫猜想不成立，c 与 $2m-c$ 中任 1 对都不是素数对，那么根据式(4.7 - 4.10)，式(4.11)的值不可能为 0。

所以，**对大于或等于 2 的自然数 m，**式(4.11)**的值都为 0** 是哥德巴赫猜想成立的充要条件，若哥德巴赫猜想成立，把所有的 0 值相加就有

$$\sum_{m=2}^{\infty}\prod_{c=2}^{2m-2}\left[\alpha(c)+\alpha(2m-c)\right]=0. \tag{4.12}$$

即若式(4.12)的值为 0，则哥德巴赫猜想成立；若式(4.12)的值不为 0（且大于或等于 1），则哥德巴赫猜想不成立。

5. 结论

本文论述了因数个数函解析表达式，用它可构造解集为全体素数的方程筛，用方程筛作为证明素数命题的工具，其优点是回避或减少了逻辑判断；但缺点是表达式非常长。

在 Matlab、Mathematica 等数学工具的帮助下，也许可克服缺点，发杨优点。到底是否可行，有待进一步的探索。

致 谢

谨向激励我产生本课题研究与灵感的朱丰毅老师，向为本课题研究过程中提出过宝贵意见的王海丽老师、王海旭老师、吴慧老师、章绍东老师及网友 yujun、自由人、侠名等以及参考文献中的作者表示衷心的感谢！章绍东老师还对最后的成文提出许多宝贵意见，谨在此表示再次的感谢。

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016

参考文献 (References)

[1] 陈景润 著，初等数论，北京：科学出版社，1978年12月第1版，第1、4、36页。

[2] 复旦大学数学系 主编，数学物理方程，上海：上海科学技术出版社，1961年10月第2版1978年5月第4次印刷，第66、272页。

[3] 赵根榕 译 В. А. УДРЯВЦЕВ и Б. П. ДЕМИДОВИЧ 著，高等数学简明教程，上海：龙门联合书局，1954年7月第4版，第1、10页。

[4] 樊应川等 编，高等数学讲义 上册，北京：人民教育出版社，1964年7月第2版1978年10月第36次印刷，第177页。

[5] 张理京 张锦炎 译 [美]M. 克莱因 著，古今数学思想 第1册，上海：上海科学技术出版社，1979年10月第1版1982年3月第2次印刷，第88页。

[6] 北京大学数学系数学史翻译组 译 申又枨 江泽涵 冷生明 等 校 [美]M. 克莱因 著，古今数学思想 第2册，上海：上海科学技术出版社，1979年8月第1版1979年8月第1次印刷，第1、182页。

[7] 复旦大学数学系 主编，数学分析 下册，上海：上海科学技术出版社，1962年第2版，第721、741页。

[8] 樊应川 编，高等数学讲义 下册，北京：人民教育出版社，1964年10月第2版1978年11月第1次印刷，第54页。

[9] 陈建功 著，实函数论，北京：科学出版社，1958年9月第1版1978年9月第3次印刷，第1、37、340页。

[10] 沈永欢 梁在中 许履瑚 蔡蒨蒨 编，实用数学手册，北京：科学出版社，1992年8月出版2002年1月第6次印刷，第36、239页。

[11] 南京大学数学系计算数学专业 编，数值逼近方法，北京：科学出版社，1978年11月第1版，第1页。

[12] 潘承洞 潘承彪 著，初等数论，北京：北京大学出版社，1992年5月第1版1999年8月第6次印刷，第52、472页。

[13] 熊全淹 编著，近世代数，上海：上海科学技术出版社，1978年8月第2版1978年8月第3次印刷，第1页。

[14] 丁石孙 曾肯成 郝鈵新 译 万哲先 校 [荷] B. L. 范德瓦尔登著，代数学 I，北京：科学出版社，1963年7月第1版1978年9月第4次印刷，第1、272页。

[15] 周伯壎 编，高等代数，北京：人民教育出版社，1966年4月第1版1978年7月第3次印刷，第216页。

[16] 王申怀 译 王阿雄 吴望名 校 美国中学教学课程改革研究组编，统一的现代数学 第2册第1分册，第123、151、178页。

[17] 前东北人民政府教育部 编译 人民教育出版社 校订，平面三角，华东人民出版社，1954年2月版1954年7月第2次印刷，第1页。

[18] 南开大学数学系《空间解析几何引论》编写组 编，空间解析几何引论 上册，北京：人民教育出版社，1978年3月第1版，第1页。

[19] 骆师会 吴维一 译 庄礼深 校订 [美]Henry B. Fine著，范氏大代数，香港：香港中流出版社，1982年01月出版，第425页。

HANS PrePrints | http://dx.doi.org/10.12677/HANS PrePrints.2016.11023. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 19 August 2016, publ: 22 August 2016